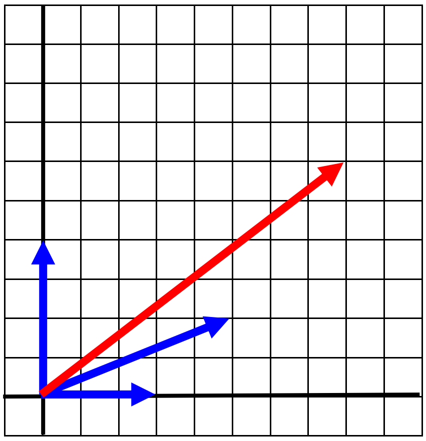
Cinemática

Nombre y Apellidos: ____

1. *Dadas las fuerzas (0, 4), (3, 0) y (5, 2), calcula la fuerza resultante y su módulo (analíticamente y gráficamente) (**2 puntos**)*



La fuerza resultante se calcula sumando cada una de ellas. Como vienen representadas por vectores, basta con sumarlos: (0,4) + (3,0) + (5,2) = (0+3+5, 4+0+2) = **(8,6)**

El módulo de la fuerza resultante se obtiene, mediante el teorema de Pitágoras, extrayendo la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados de sus componentes:

$$\sqrt{8^2 + 6^2} = \sqrt{64 + 36} = \sqrt{100} = \mathbf{10}$$

2. *Una persona arrastra una caja de 30 kg de masa sobre una superficie horizontal con una fuerza de 150 N. Si el coeficiente de rozamiento por rodadura entre la caja y la superficie es μ = 0,5, calcula:*
   a. *La aceleración con la que arranca (**1 punto**)*
   b. *La velocidad a los 10 segundos de empezar a moverse (**1 punto**)*
   c. *El espacio recorrido en ese tiempo (**1 punto**)*

Por medio de la 2ª ley de Newton o principio fundamental de la Dinámica, sabemos que la resultante de las fuerzas que actúan sobre la caja es igual al producto de su masa por la aceleración que adquiere. Las fuerzas que actúan, en la dirección del movimiento, son la de arrastre, cuyo valor es 150 N, y la de rozamiento, que se puede calcular mediante la ecuación $F_r = \mu$ N, siendo μ el coeficiente de rozamiento y N la fuerza normal, es decir, la reacción que presenta el suelo sobre la caja (3ª ley de Newton o principio de acción-reacción). Como en nuestro caso la caja se mueve por una superficie horizontal, la fuerza normal coincide con el peso de la caja, N = m g, siendo m la masa de la caja y g la aceleración de la gravedad. Por tanto, la fuerza de rozamiento que se opone al movimiento se puede calcular mediante la fórmula

$$F_r = \mu \cdot m \cdot g = 0{,}5 \cdot 30\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \frac{m}{s^2} = 147\ \text{N}$$

Si aplicamos ahora la 2ª ley de Newton, F – Fr = m · a

Y despejamos la aceleración,

$$a = \frac{F - F_r}{m} = \frac{150\,N - 147\,N}{30\,kg} = \frac{3\,N}{30\,kg} = 0{,}1\frac{N}{kg} = \mathbf{0{,}1\ m/s^2}$$

Para calcular la velocidad a los 10 segundos de haber empezado a actuar la fuerza de arrastre, basta con aplicar la ecuación de la velocidad para un movimiento uniformemente acelerado (aceleración constante), teniendo en cuenta que como parte del reposo, la velocidad inicial es 0,

$$v = v_0 + a \cdot t = 0 + 0{,}1\frac{m}{s^2} \cdot 10\,s = \mathbf{1\ m/s}$$

Finalmente, para calcular el espacio recorrido en esos 10 segundos, aplicamos la ecuación de la distancia para el movimiento uniformemente acelerado,

$$s = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = 0 + 0 + \frac{1}{2} \cdot 0{,}1\frac{m}{s^2} \cdot (10s)^2 = \frac{1}{2} \cdot 0{,}1 \cdot 100\,m = \mathbf{5\ m}$$

3. *A los 10 segundos de haber empezado a moverse la caja, la persona deja que se pare. Calcula:*
    a. *La aceleración con la que se frena la caja (**1 punto**)*
    b. *El tiempo que tarda en pararse (**1 punto**)*
    c. *El espacio que recorre hasta que se para (**1 punto**)*
    d. *Dibuja la gráfica v – t (**1 punto**) y s – t (**1 punto**)*

Si se deja de empujar la caja, la única fuerza que actuará sobre ella será la fuerza de rozamiento, con lo cual al cabo de un tiempo acabará parándose. La fuerza de rozamiento será la misma que antes, pues no cambia ni el rozamiento ni la masa de la caja. Por tanto, para calcular la aceleración de frenado basta con aplicar también la 2ª ley de Newton, teniendo en cuenta que la única fuerza que actúa es la de rozamiento, y que por estar aplicada en sentido opuesto al del movimiento, será negativa,

$$-F_r = m \cdot a \;\Rightarrow\; a = \frac{-F_r}{m} = \frac{-147\,N}{30\,kg} = -4{,}9\frac{N}{kg} = \mathbf{-\,4{,}9\ m/s^2}$$

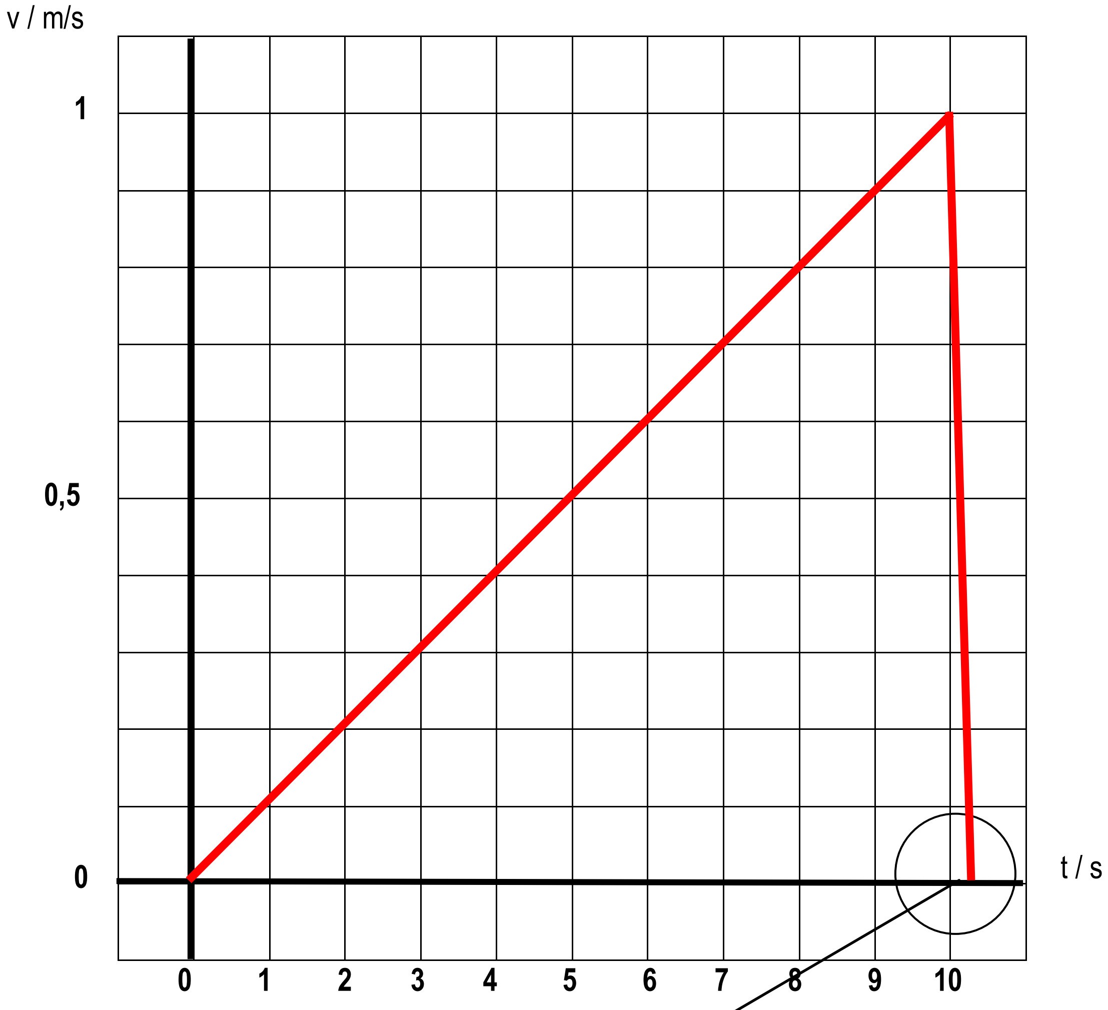
Para calcular el tiempo que tarda en pararse, podemos despejarlo de la ecuación de la velocidad, teniendo en cuenta que la velocidad final, cuando se detiene, será 0, y la velocidad inicial es la que había alcanzado después de estar actuando la fuerza durante 10 segundos, 1 m/s,

$$v = v_0 + a \cdot t \;\Rightarrow\; t = \frac{v - v_0}{a} = \frac{0 - 1 m/s}{-4{,}9\,m/s^2} = \frac{-1}{-4{,}9}\,s = \mathbf{0{,}2\ s}$$

Para calcular ahora el espacio que recorre mientras se detiene, usamos la ecuación de la distancia recorrida,

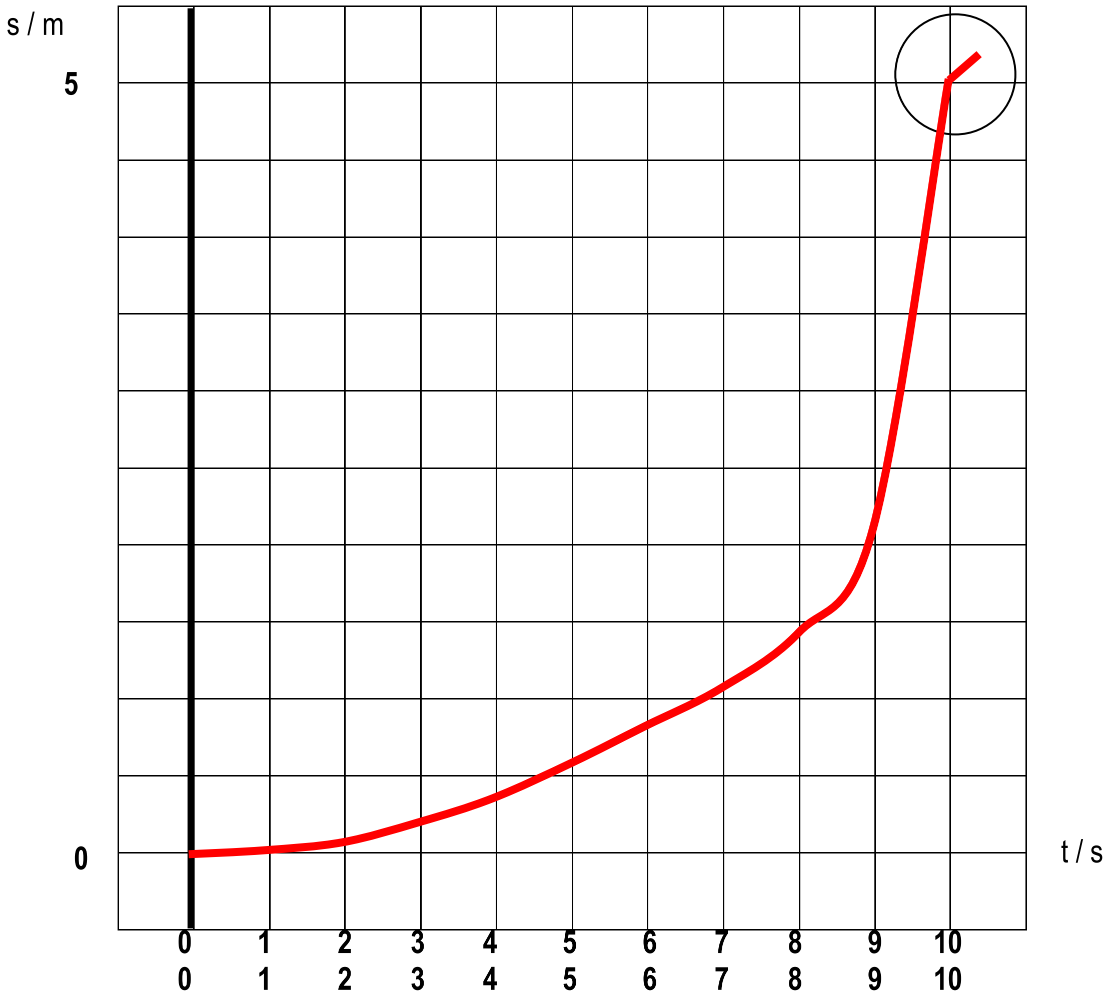
$$s = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = 0 + 1\frac{m}{s} \cdot 0{,}2\,s + \frac{1}{2} \cdot (-4{,}9\frac{m}{s^2}) \cdot (0{,}2\,s)^2 = 0{,}2\,m - 0{,}098m \cong \mathbf{0{,}102\ m}$$

La gráfica de la velocidad frente al tiempo es



El tiempo que tarda en parar es 0,2 segundos

La gráfica de la distancia frente al tiempo es



tiempo / s	distancia / m
1	0,05
2	0,2
3	0,45
4	0,8
5	1,25
6	1,8
7	2,45
8	3,2
9	4,05
10	5

4. *Explica algún ejemplo de cada una de las leyes de Newton (**2 puntos**)*

5. *Se deja caer una piedra de 2 kg de masa desde un puente, y llega al suelo al cabo de 5 segundos.*
   a. *¿Qué altura tiene el puente? (**1 punto**)*
   b. *Si se hubiera lanzado con una velocidad inicial de 6 m/s, ¿qué tiempo tardaría en llegar al suelo? (**2 puntos**)*

Supongamos que las velocidades positivas son las que apuntan hacia arriba y negativas las que tienen el mismo sentido que la aceleración de la gravedad. Si aplicamos la ecuación del espacio del movimiento uniformemente acelerado,

$$s = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2$$

Si hacemos que <u>s</u> sea la altura, <u>s_0</u> la altura inicial y <u>a</u> la aceleración de la gravedad, g, entonces la ecuación anterior queda,

$$s = s_0 + v_0 \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2$$

ya que consideramos que el sentido de la gravedad es negativo. Por tanto, si dejamos caer (v_0 = 0) desde una cierta altura s_0, al llegar al suelo s = 0,

$$0 = s_0 + 0 - \frac{1}{2} g \cdot t^2 \Rightarrow s_0 = \frac{1}{2} g \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot 9{,}8 \frac{m}{s^2} \cdot (5\,s)^2 = \mathbf{122{,}5\ m}$$

Si ahora lanzamos con una cierta velocidad inicial hacia abajo, y por tanto negativa, está claro que el tiempo que tarda en llegar al suelo será menor,

$$0 = 122{,}5 - 6 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot 9{,}8 \cdot t^2 \Rightarrow 0 = 122{,}5 - 6 \cdot t - 4{,}9 \cdot t^2$$

O lo que es lo mismo, obtenemos la ecuación de 2º grado,

$$4{,}9\, t^2 + 6\, t - 122{,}5 = 0$$

cuya solución es $t = \dfrac{-6 \pm \sqrt{6^2 - 4 \cdot 4{,}9 \cdot (-122{,}5)}}{2 \cdot 4{,}9} = \dfrac{-6 \pm \sqrt{36 + 2401}}{9{,}8}$

Debemos escoger la raíz positiva, pues en caso contrario el tiempo sería negativo,

$$t = \frac{-6 + \sqrt{2437}}{9{,}8} = \frac{-6 + 49{,}37}{9{,}8} = \mathbf{4{,}43\ s}$$

6. *La gravedad en la superficie de La Luna es g = 1,6 m/s² y en la superficie de Marte es de g = 3,7 m/s². Calcula la masa equivalente de una persona de 60 kg en ambos lugares. (**2 puntos**)*

El peso se obtiene multiplicando la masa por la gravedad.

$P_{Luna} = m \cdot g_{Luna} = 60\ kg \cdot 1,6\ m/s^2 = 96\ N$

$P_{Marte} = m \cdot g_{Marte} = 60\ kg \cdot 3,7\ m/s^2 = 222\ N$

Si ahora suponemos que este peso estuviera en la Tierra, dividiendo por la aceleración de la gravedad de la Tierra obtendremos la correspondiente masa equivalente.

$$m_{eq\,Luna} = \frac{p_{Luna}}{g_{Tierra}} = \frac{96\ N}{9,8\ m/s^2} = \mathbf{9,8\ kg}$$

$$m_{eq\,Marte} = \frac{p_{Marte}}{g_{Tierra}} = \frac{222\ N}{9,8\ m/s^2} = \mathbf{22,7\ kg}$$

Es decir, que una persona de 60 kg se sentiría en La Luna como si tuviera 9,8 kg, y si estuviera en Marte, como si tuviera 22,7 kg.