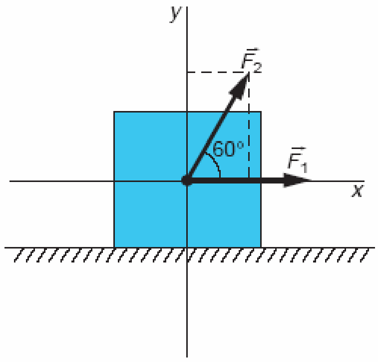
I.E.S. Nicolás Copérnico
http://www.juntadeandalucia.es/averroes/copernico/fisica.htm
Ronda de las Huertas. Écija.
e-mail: emc2@tiscali.es

ALGUNOS PROBLEMAS RESULETOS DE DINÁMICA

· PRIMERO DE BACHILLERATO ·

1. Sobre un cuerpo de 20 kg, apoyado en un plano horizontal, actúan dos fuerzas concurrentes de 10 N cada una, que forman entre sí un ángulo de 60°. Si no hay rozamiento, calcula la fuerza resultante que actúa sobre él y la aceleración que adquiere.

En la figura podemos ver la representación de la situación descrita en el enunciado.



Escritas en notación vectorial, las fuerzas que actúan sobre el cuerpo son las siguientes:

$$\vec{F}_1 = F_1 \cdot \vec{i} = 10 \cdot \vec{i} \text{ N}$$

$$\vec{F}_2 = F_{2x} \cdot \vec{i} + F_{2y} \cdot \vec{j} = 10 \cdot cos 60° \cdot \vec{i} + 10 \cdot sen 60° \cdot \vec{j} = (5 \cdot \vec{i} + 8{,}66 \cdot \vec{j}) \text{ N}$$

La fuerza total que actúa sobre el cuerpo es la resultante de la suma de estas dos fuerzas. Por tanto:

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

$$\vec{F} = 10 \cdot \vec{i} + 5 \cdot \vec{i} + 8{,}66 \cdot \vec{j} = (15 \cdot \vec{i} + 8{,}66 \cdot \vec{j}) \text{ N}$$

Y el módulo de esta fuerza es:

$$F = \sqrt{15^2 + 8{,}66^2} = 17{,}32 \text{ N}$$

Para averiguar la aceleración que adquiere el cuerpo, aplicamos la segunda ley de Newton:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} \rightarrow \vec{a} = \frac{15 \cdot \vec{i} + 8{,}66 \cdot \vec{j}}{20} = (0{,}75 \cdot \vec{i} + 0{,}43 \cdot \vec{j}) \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

En módulo, el valor de esta aceleración es:

$$a = \sqrt{0{,}75^2 + 0{,}43^2} = 0{,}86 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

2. Por un tramo recto y horizontal de una autovía circula un camión cuya tara es de 6 t, siendo su carga de 25 t. Cuando el velocímetro señala 72 km/h, el camión acelera y, en un minuto, alcanza una velocidad de 90 km/h. Despreciando la acción de las fuerzas de rozamiento, ¿qué fuerza "ha hecho el motor" en esa variación de la velocidad? Expresa el resultado en unidades S.I.

En primer lugar, expresamos la masa del camión, incluida su carga, y el resto de magnitudes que intervienen en el problema en unidades del S.I.:

$$m = m_{camión} + m_{carga} = (6 + 25) \cdot 10^3 = 31\,000 \text{ kg}$$

$$v_0 = 72 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1} \cdot \frac{1\,000 \text{ m}}{1 \text{ km}} \cdot \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} = 20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$v = 90 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1} \cdot \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} \cdot \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} = 25 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$t = 1 \text{ min} = 60 \text{ s}$$

A partir del instante en que el camión acelera, este realiza un m.r.u.a. en el que la aceleración viene dada por la expresión:

$$v = v_0 + a \cdot t \rightarrow a = \frac{v - v_0}{t}$$

$$a = \frac{25 - 20}{60} = 0{,}083 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

Aplicando, ahora, la segunda ley de Newton, obtenemos la fuerza que ha realizado el motor para aumentar la velocidad del camión:

$$F = m \cdot a = 31\,000 \cdot 0{,}083 = 2\,583 \text{ N}$$

3. Un tronco de un árbol, de 50 kg, se desplaza flotando en un río a 10 m $\cdot$ s−1. Un cisne de 10 kg intenta aterrizar en el tronco mientras vuela a 10 m $\cdot$ s−1 en sentido contrario al de la corriente. Sin embargo, resbala a lo largo del tronco, saliendo por el otro extremo con una velocidad de 4 m $\cdot$ s−1. Calcula la velocidad con que se moverá el tronco en el instante en que el cisne lo abandona. Considera despreciable el rozamiento del tronco con el agua.

Para calcular la velocidad del tronco deberemos tener en cuenta el principio de conservación de la cantidad de movimiento. En general, siempre que apliques este principio, la estrategia de resolución consiste en plantear dos situaciones, inicial y final, y evaluar la cantidad de movimiento en cada una de esas situaciones, sabiendo que ha de ser igual en ambas si el sistema físico que consideras está aislado.

En el problema que nos proponen consideraremos como situación inicial el momento en que el cisne toma contacto con el tronco y como situación final el instante en que lo abandona.

$$\bar{p}_{inicial} = m_{tronco} \cdot \bar{v}_{tronco} + m_{cisne} \cdot \bar{v}_{cisne}$$

$$p_{inicial} = 50 \cdot 10 - 10 \cdot 10 = 400 \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\bar{p}_{final} = m_{tronco} \cdot \bar{v}_{tronco} + m_{cisne} \cdot \bar{v}_{cisne}$$

$$p_{final} = 50 \cdot v_{tronco} - 10 \cdot 4 = -40 + 50 \cdot v_{tronco}$$

Aplicando ahora la conservación de la cantidad de movimiento, resulta:

$$p_{inicial} = p_{final} \rightarrow 400 = 50 \cdot v_{tronco} - 40$$

Por tanto:

$$v_{tronco} = \frac{440}{50} = 8{,}8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

4. En la superficie de un vaso con agua (densidad = 1 000 kg · m−3) flota un corcho de forma cúbica del que emerge un 30% de su volumen. Calcula la masa de plomo que debemos colgar del corcho en su parte inferior si queremos que el corcho se hunda con una aceleración de 2 cm · s−2, sabiendo que su masa es de 20 g. Dato: Densidad del plomo = 16 000 kg · m−3.

En este problema aparece un tipo de fuerza que viste el curso pasado; se trata del empuje. El empuje es la fuerza que realiza un fluido sobre un cuerpo sumergido en él. Es una fuerza vertical ascendente que se opone al peso del cuerpo sobre el que se aplica. Su valor es:

$$E = V \cdot d_{líq} \cdot g$$

siendo V el volumen del cuerpo sumergido en el fluido, $d_{líq}$ la densidad del líquido y g la aceleración de la gravedad.

Para resolver el problema necesitamos conocer el volumen del cuerpo. Podemos averiguarlo, sabiendo que antes de añadir el plomo el cuerpo flota. Ello quiere decir que en ese instante el empuje es igual al peso y, por tanto, la resultante sobre el objeto es nula. Como inicialmente se encuentra sumergido el 70% del objeto:

$$E = P \rightarrow 0{,}7 \cdot V \cdot d_{agua} \cdot g = m_{corcho} \cdot g$$

$$V = \frac{m_{corcho}}{0{,}7 \cdot d_{agua}} = \frac{0{,}02}{0{,}7 \cdot 1\,000} = 2{,}857 \cdot 10^{-5}\ \text{m}^3$$

Al añadir el plomo, el conjunto se hunde con cierta aceleración. Aplicando la segunda ley de Newton a este caso, se tiene:

$$P - E = (m_{plomo} + m_{corcho}) \cdot a$$

Ahora el peso no solo es del corcho, ya que lleva el plomo adherido. Por su parte, el empuje también cambia, pues ahora está todo el volumen del corcho sumergido.

Desarrollando la ecuación anterior, queda:

$$(m_{plomo} + m_{corcho}) \cdot g - V \cdot d_{agua} \cdot g = (m_{plomo} + m_{corcho}) \cdot a$$

donde V incluye tanto el volumen de agua desplazado por el corcho como el del plomo, ya que ambos se encuentran totalmente sumergidos.

De la ecuación anterior despejamos la masa de plomo y sustituimos. De ese modo, resulta:

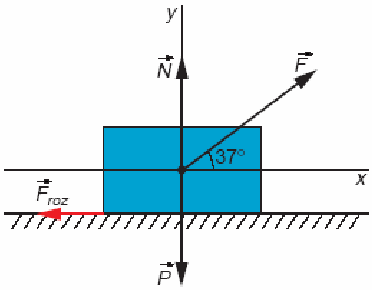
$$(m_{plomo} + m_{corcho}) \cdot g - \left(V_{corcho} + \frac{m_{plomo}}{d_{plomo}}\right) \cdot d_{agua} \cdot g = (m_{plomo} + m_{corcho}) \cdot a$$

$$m_{plomo} = \frac{d_{plomo} \cdot [V_{corcho} \cdot d_{agua} \cdot g - m_{corcho} \cdot (g - a)]}{d_{plomo} \cdot (g - a) - d_{agua} \cdot g}$$

$$m_{plomo} = \frac{16\,000 \cdot [2{,}857 \cdot 10^{-5} \cdot 1\,000 \cdot 9{,}81 - 0{,}02 \cdot (9{,}81 - 0{,}02)]}{16\,000 \cdot (9{,}81 - 0{,}02) - 1\,000 \cdot 9{,}81} = 0{,}0092 = 9{,}2\ \text{g}$$

5. Tiramos de un objeto con una cuerda. El objeto se desliza sobre una superficie horizontal, y la cuerda con la que tiramos forma un ángulo de 37° con dicha superficie.
a) Dibuja un esquema en el que figuren todas las fuerzas que actúan sobre el objeto.
b) ¿Cuál es la fuerza efectiva que mueve el objeto? Supón que no existe rozamiento.
c) Si el objeto tiene una masa m, ¿con qué velocidad se moverá cuando haya recorrido una distancia s, si mantenemos constante la fuerza con que tiramos de él?

a) El esquema que nos piden es el que se indica en la siguiente figura:



b) Como se aprecia en la figura, la fuerza efectiva será la componente horizontal de la fuerza que aplicamos:

$$F_{efectiva} = F \cdot cos\, 37°$$

c) Para calcular este apartado, hemos de recurrir a las ecuaciones del movimiento rectilíneo uniformemente acelerado (m.r.u.a.).

Supondremos que la velocidad del objeto inicialmente es nula. Por tanto, las ecuaciones del m.r.u.a. quedan del siguiente modo:

$$\Delta s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \quad [1]$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_f - 0}{t} = \frac{v_f}{t} \rightarrow v_f = a \cdot t \quad [2]$$

Y la segunda ley de Newton se expresa, en este caso, como sigue:

$$F \cdot cos\, 37° = m \cdot a \; [3]$$

La estrategia para resolver el problema será:

1. Despejar la aceleración de la ecuación [3].
2. Expresar el tiempo en función de la aceleración en la ecuación [1].
3. Sustituir tiempo y aceleración en la ecuación [2].

Lo haremos paso a paso:

1. $a = \dfrac{F \cdot cos\, 37°}{m}$

2. $\Delta s = \dfrac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \rightarrow t = \sqrt{\dfrac{2 \cdot \Delta s}{a}} = \sqrt{\dfrac{2 \cdot \Delta s \cdot m}{F \cdot cos\, 37°}}$

3. $v_f = \left(\dfrac{F \cdot cos\, 37°}{m}\right) \cdot \sqrt{\dfrac{2 \cdot \Delta s \cdot m}{F \cdot cos\, 37°}} = \sqrt{\dfrac{(F \cdot cos\, 37°) \cdot 2 \cdot \Delta s}{m}}$

6. Un coche circula a 90 km · h−1, cuando el conductor, a la vista de un obstáculo, frena bruscamente y se detiene tras recorrer 50 m. Calcula el coeficiente de rozamiento que existe entre el portamaletas y una caja de 5 kg guardada en su interior, si la caja está a punto de deslizarse mientras frena, pero no lo hace.

La maleta, que no está solidariamente unida al coche, debería, de acuerdo con el primer principio de la dinámica, seguir su movimiento como si nada pasase. Si no lo hace, es porque la fuerza de rozamiento que existe entre ella y el suelo del vehículo impide dicho movimiento. Por tanto, la maleta, vista desde el exterior del coche, es decir, vista por un observador inercial, es un objeto que se mueve con cierta velocidad y que se detiene porque una fuerza (la de rozamiento con el coche) le obliga a hacerlo. Por tanto:

$$F_{roz} = m \cdot a$$

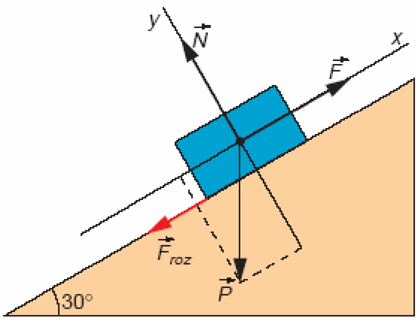
$$\mu \cdot mg = m \cdot a \quad \rightarrow \quad \mu = \frac{a}{g}$$

Podemos calcular la aceleración de frenado conociendo la ecuación del movimiento del coche y el hecho de que tras recorrer los 50 m se detiene ($v_f = 0$):

$$\left.\begin{array}{l} v_f = v_0 - at \\ 0 = 25 - at \\ \Delta x = v_0 t - \frac{1}{2}at^2 \\ 50 = 25t - \frac{1}{2}at^2 \end{array}\right\} \Rightarrow t = 4s; \quad a = 6{,}25\ m/s^2 \quad \Rightarrow \quad \mu = \frac{a}{g} = 0{,}64$$

7. Un objeto de 100 g de masa se encuentra sobre un plano que forma un ángulo de 30° con la horizontal. El coeficiente de rozamiento entre las superficies de deslizamiento vale 0,22. Halla la fuerza paralela al plano que se necesita aplicar al objeto para subirlo con velocidad constante.

Como se aprecia en la figura, las fuerzas que actúan sobre el cuerpo son su peso y la reacción normal del suelo que, debido al coeficiente de rozamiento, origina una fuerza que se opone al movimiento.



Si descomponemos estas fuerzas en una componente normal al plano y otra paralela a este, las fuerzas que se oponen al movimiento son:

$$F_{roz} = \mu \cdot N = \mu \cdot m \cdot g \cdot cos\,30°$$

$$P_x = m \cdot g \cdot sen\,30°$$

Para que el cuerpo ascienda con velocidad constante, debemos ejercer una fuerza paralela al plano que equilibre las dos anteriores. Aplicando la segunda ley de Newton:

$$m \cdot a = F - F_{roz} - P_x = 0$$

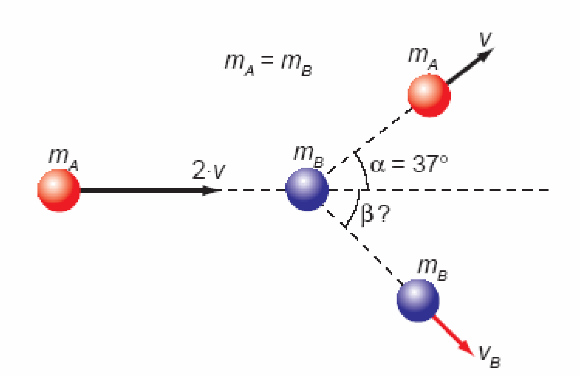
$$F = F_{roz} + P_x = \mu \cdot m \cdot g \cdot cos\,30° + m \cdot g \cdot sen\,30°$$

$$F = m \cdot g \cdot (sen\,30° + \mu \cdot cos\,30°)$$

Sustituyendo valores obtenemos el valor de la fuerza:

$$F = 0{,}1 \cdot 9{,}8 \cdot (sen\,30° + 0{,}22 \cdot cos\,30°) = 0{,}677\ \text{N}$$

8. Una bola de billar golpea a otra que se encuentra en reposo, y, tras el choque, se mueven ambas como se indica.



Sabiendo que las dos bolas tienen la misma masa y que la primera reduce su velocidad a la mitad, calcula el ángulo que forma la dirección en que sale la segunda bola con la dirección en que se movía la primera

Para obtener el ángulo que nos piden debemos tener en cuenta que en el choque se conserva la cantidad de movimiento entre los instantes anterior y posterior a él. En el choque que analizamos en este problema no se conserva la dirección, lo que nos obliga a plantear la conservación de la cantidad de movimiento de forma vectorial. Estableciendo las correspondientes igualdades para las componentes en los ejes OX y OY de la cantidad de movimiento, resulta:

$$m_A \cdot 2 \cdot \vec{v} = m_A \cdot \vec{v} + m_B \cdot \vec{v}_B$$

Para OX: $m_A \cdot 2 \cdot v = m_A \cdot v \cdot \cos 37° + m_B \cdot v_B \cdot \cos \beta$

Para OY: $m_A \cdot v \cdot \text{sen}\, 37° - m_B \cdot v_B \cdot \text{sen}\, \beta = 0$

Teniendo en cuenta que las dos masas son iguales, podemos despejar directamente $\text{sen}\,\beta$ y $\cos\beta$:

$$\text{sen}\,\beta = \frac{v \cdot \text{sen}\, 37°}{v_B} \quad ; \quad \cos\beta = \frac{2 \cdot v - v \cdot \cos 37°}{v_B}$$

Dividiendo ambas expresiones entre sí, obtenemos la tangente del ángulo y, a partir de ella, el ángulo que nos piden:

$$tg\,\beta = \frac{\text{sen}\,\beta}{\cos\beta} = \frac{\text{sen}\, 37°}{2 - \cos 37°} = 0,5 \rightarrow arctg\, 0,5 = 26,6°$$