IES ATENEA. EXAMEN DE RECUPERACIÓN DE MATEMÁTICAS. 3º ESO CD

Nombre: ____

Evaluación: ***Primera***.   *Fecha:* *21 de enero de 2011*

NOTA	

Ejercicio nº 1.- Aplica el orden de prioridad de las operaciones para calcular:

$$\left[\frac{64}{3}-\frac{2}{3}:\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{6}\right)\right]\cdot\left(\frac{3}{2}-\frac{3}{4}\right)^2$$

1 punto

Ejercicio nº 2.- Un vaquero se dirige desde Fort Smihth a James City. El 34 % del trayecto lo recorre en tren, y las dos terceras partes de lo que queda, en diligencia. El resto, a caballo. ¿Qué tanto por ciento del viaje es a caballo? ¿Cuántas millas son, si la distancia total es de 360 millas?

1 punto

Ejercicio nº 3.- Aplica las propiedades de las potencias y expresa el resultado con potencias de exponente positivo:

$$\left(1-\frac{5}{7}\right)^{-3}\cdot\left(3+\frac{1}{2}\right)^4$$

1 punto

Ejercicio nº 4.- Transforma el número decimal periódico en fracción, haz la operación e indica el tipo de número que es según el resultado obtenido:

$$6,4\widehat{81}\cdot\frac{220}{713}$$

1 punto

Ejercicio nº 5.- Efectúa la siguiente operación expresando el resultado en notación científica:

$$\left(3{,}112\cdot 10^{-6}\right)\cdot\left(7{,}28\cdot 10^{21}\right)$$

1 punto

Ejercicio nº 6.- Las reservas de agua de cierta comunidad han sufrido en el último mes un aumento del 18 %. Si actualmente se cifran en 299 hm^3, ¿cuáles eran las reservas hace un mes?

1 punto

Ejercicio nº 7.- a) Escribe los cuatro primeros términos de la sucesión $s_n=\dfrac{(n-1)^2}{4}$.

b) Calcula s_{21}.

1 punto

Ejercicio nº 8.- De una progresión aritmética conocemos el primer término, $a_1 = 6$, y el sexto, $a_6 = 21$. Calcula la diferencia, su término general y la suma de los 100 primeros términos.

2 puntos

Ejercicio nº 9.- De una progresión geométrica conocemos su segundo término, $a_2 = 6$, y su razón $r = 3$. Calcula los cinco primeros términos de esta progresión y su término general.

1 punto

SOLUCIONES

E.1. Aplica el orden de prioridad de las operaciones para calcular:

$$\left[\frac{64}{3}-\frac{2}{3}:\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{6}\right)\right]\cdot\left(\frac{3}{2}-\frac{3}{4}\right)^2$$

$$\left[\frac{64}{3}-\frac{2}{3}:\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{6}\right)\right]\cdot\left(\frac{3}{2}-\frac{3}{4}\right)^2=\left[\frac{64}{3}-\frac{2}{3}:\left(\frac{6-5}{30}\right)\right]\cdot\left(\frac{6-3}{4}\right)^2=\left[\frac{64}{3}-\frac{2}{3}:\left(\frac{1}{30}\right)\right]\cdot\left(\frac{3}{4}\right)^2=$$

$$=\left[\frac{64}{3}-\frac{2\cdot 30}{3}\right]\cdot\frac{9}{16}=\left[\frac{64}{3}-\frac{60}{3}\right]\cdot\frac{9}{16}=\frac{4}{3}\cdot\frac{9}{16}=\frac{4\cdot 9}{3\cdot 16}=\frac{3}{4}.$$

E.2. Un vaquero se dirige desde Fort Smihth a James City. El 34 % del trayecto lo recorre en tren, y las dos terceras partes de lo que queda, en diligencia. El resto, a caballo. ¿Qué tanto por ciento del viaje es a caballo? ¿Cuántas millas son, si la distancia total es de 360 millas?

Aunque se mezclen porcentajes y fracciones, el problema es sencillo, porque ambos son representan el mismo concepto. Como una de las preguntas es un porcentaje, vamos a trabajar el problema con ellos:

- $\text{TREN}\rightarrow 34\%$.
- $\text{DILIGENCIA}\rightarrow\frac{2}{3}\text{ del }(100\%-34\%)=\frac{2}{3}\text{ del }66\%=\frac{2}{3}\cdot 66\%=44\%$.
- $\text{CABALLO}\rightarrow(100-34-44)\%=22\%$.

Por otra parte: el 22% de $360=0{,}22\cdot 360=79{,}9$; así que ya tenemos todos los datos para redactar la solución:

Solución.- El vaquero recorre un 22% del trayecto a caballo, esto es, 72,9 millas.

E.3. Aplica las propiedades de las potencias y expresa el resultado con potencias de exponente positivo:

$$\left(1-\frac{5}{7}\right)^{-3}\cdot\left(3+\frac{1}{2}\right)^4$$

En primer lugar resolvemos los paréntesis, luego aplicamos la propiedad 7 a la fracción que ha quedado con exponente negativo, y finalmente, multiplicamos dos potencias que tienen la misma base aplicando la propiedad 1:

$$\left(1-\frac{5}{7}\right)^{-3}\cdot\left(3+\frac{1}{2}\right)^4=\left(\frac{7-5}{7}\right)^{-3}\cdot\left(\frac{6+1}{2}\right)^4=\left(\frac{2}{7}\right)^{-3}\cdot\left(\frac{7}{2}\right)^4=\left(\frac{7}{2}\right)^3\cdot\left(\frac{7}{2}\right)^4=\left(\frac{7}{2}\right)^7=\frac{7^7}{2^7}.$$

E.4. Transforma el número decimal periódico en fracción, haz la operación e indica el tipo de número que es según el resultado obtenido:

$$6{,}4\overset{\frown}{81}\cdot\frac{220}{713}$$

- Expresamos como fracción $x = 6,4\widehat{81}$:

$$\begin{array}{rrcl} & 1000\cdot x & = & 6481,\widehat{81} \\ - & 10\cdot x & = & 64,\widehat{81} \\ \hline & 990\cdot x & = & 584 \end{array} \quad \Rightarrow \quad \boxed{x = \frac{6417}{990} = \frac{2139}{330} = \frac{713}{110}}.$$

- Hacemos el producto simplificando los factores repetidos en el numerador y en el denominador::

$$6,4\widehat{81}\cdot\frac{220}{713} = \frac{\cancel{713}}{110}\cdot\frac{220}{\cancel{713}} = \frac{713\cdot 220}{110\cdot 713} = \boxed{2}.$$

E.5. Efectúa la siguiente operación expresando el resultado en notación científica:

$$\left(3,112\cdot 10^{-6}\right)\cdot\left(7,28\cdot 10^{21}\right)$$

Como el producto es conmutativo, multiplicamos por un lado los números decimales y por otro las potencias de base 10. Como el resultado no está en notación científica (el decimal sólo puede tener una cifra distinta de cero antes de la coma), dividimos el decimal entre 10 y compensamos multiplicando por 10 la potencia de 10:

$$\left(3,112\cdot 10^{-6}\right)\cdot\left(7,28\cdot 10^{21}\right) = 3,112\cdot 7,28\cdot 10^{-6}\cdot 10^{21} = 22,65536\cdot 10^{15} = \boxed{2,265536\cdot 10^{16}}.$$

E.6. Las reservas de agua de cierta comunidad han sufrido en el último mes un aumento del 18 %. Si actualmente se cifran en 299 hm^3, ¿cuáles eran las reservas hace un mes?

Se trata de un aumento porcentual en el que desconocemos el dato inicial. Siguiendo las instrucciones de clase, hacemos un esquema que refleje la situación y planteamos una ecuación muy sencilla de resolver:

Esquema:

$$x \xrightarrow[\text{Iv = 1,18}]{+\,18\%} 299\ hm^3$$

Ecuación:

$$x\cdot 1,18 = 299 \Rightarrow x = \frac{299}{1,18} = 253,3898305...$$

Redondeamos, por ejemplo, a la segunda cifra decimal y escribimos la solución:

Solución.- Las reservas de agua de la comunidad hace un mes eran 253,39 hm^3 aproximadamente.

E.7. a) Escribe los cuatro primeros términos de la sucesión $s_n = \frac{(n-1)^2}{4}$.

b) Calcula s_{21}.

----

a) Se trata, simplemente, de aplicar la fórmula del término general para $n = 1,2,3$ y 4:

$$s_1=\frac{(1-1)^2}{4}=\frac{0}{4}=0\ ;\ s_2=\frac{(2-1)^2}{4}=\frac{1}{4}\ ;\ s_3=\frac{(3-1)^2}{4}=\frac{4}{4}=1 \text{ y } s_4=\frac{(4-1)^2}{4}=\frac{9}{4}.$$

Ahora los colocamos en la sucesión:

$$(s_n)=\left\{\ 0,\ \frac{1}{4},\ 1,\ \frac{9}{4},\dots\right\}.$$

b) De nuevo volvemos a aplicar la fórmula del término general, que en este tipo de sucesiones nos permite calcular el término que ocupa cualquier posición:

$$s_n=\frac{(21-1)^2}{4}=\frac{20^2}{4}=\frac{400}{4}=100.$$

E.8. De una progresión aritmética conocemos el primer término, $a_1= 6$, y el sexto, $a_6 = 21$. Calcula la diferencia, su término general y la suma de los 100 primeros términos.

En primer lugar, calculamos la diferencia planteando una ecuación y resolviéndola:

$$a_1+5d=a_6 \Rightarrow 6+5d=21 \Rightarrow 5d=15 \Rightarrow d=\frac{15}{5}=3$$

Con este dato conseguimos el término general:

$$a_n=6+(n-1)\cdot 3$$

Haciendo cuentas también se puede expresar de este otro modo:

$$a_n=6+(n-1)\cdot 3=6+3\cdot n-3=3\cdot n+3.$$

Para conseguir la suma de los 100 primeros términos, calculamos a_{100} con cualquiera de las dos expresiones anteriores y aplicamos la fórmula correspondiente:

$$a_{100}=6+(100-1)\cdot 3=6+99\cdot 3=6+297=303 \text{ ó } a_{100}=3\cdot 100+3=300+3=303.$$

$$S_n=\frac{(a_1+a_n)\cdot n}{2} \Rightarrow S_{100}=\frac{(6+303)\cdot 100}{2}=309\cdot 50=15450.$$

E.9. De una progresión geométrica conocemos su segundo término, $a_2 = 6$, y su razón $r = 3$. Calcula los cinco primeros términos de esta progresión y su término general.

En primer lugar deducimos el valor del primer término:

$$a_1\cdot r=a_2 \Rightarrow a_1\cdot 3=6 \Rightarrow a_1=\frac{6}{3}=2.$$

Ahora vamos consiguiendo los cinco primeros términos multiplicando el primero por la razón:

$$(a_n)=\{\ 2,\ 6,\ 18,\ 54,\ 162,\dots\}.$$

Su término general es:

$$a_n=a_1\cdot r^{n-1} \Rightarrow a_n=2\cdot 3^{n-1}.$$