Matemáticas X las calles de Ronda
Patrimonio Histórico-Cultural y Matemáticas

NÚMEROS RACIONALES

1. INTRODUCCIÓN: NÚMEROS ENTEROS Y OPERACIONES

Al principio, las cantidades sólo se expresaban con palabras, se contaban cosas concretas. El símbolo para los números aparece mucho más tarde con el nacimiento de la escritura. Los números más sencillos resultan de **contar** los individuos que figuran en un grupo de personas, o los objetos que hay en una colección; a veces también, de expresar la **cantidad** o la **dimensión** de algo que hemos pesado o medido. Estos números son los ***números naturales*** que se representan por la letra **N** y son:

$$\mathbf{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, \ldots\}$$

Con ellos sumamos y multiplicamos sin dificultad. Siempre el resultado de estas operaciones es un número natural:

$$3 + 106 = 109 \;;\quad 8 \cdot 32 = 256$$

Cuando sólo se conocían estos números, no había manera de distinguir las ganancias de las pérdidas, una temperatura sobre 0 o bajo 0, etc. Además, una operación como esta resta, asustaba: $5 - 46 = ?$

Para subsanar estos problemas se inventaron los números con signo, llamados ***números enteros.*** Éstos se representan con la letra **Z** y son:

$$\mathbf{Z} = \{\ldots, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \ldots\}$$

Ya podemos sumar, multiplicar y restar siempre con la seguridad de que el resultado será también un número entero:

$$-4 + 12 = 8 \;;\quad 5 - 46 = -41 \;;\quad 5 \cdot (-7) = -35$$

El ser humano no sólo inventa los números sino que los relaciona mediante las operaciones. Vamos a repasar las operaciones con números enteros utilizando unos ejemplos.

- *Suma de dos enteros positivos:* $(+5) + (+6) = 5 + 6 = 11$
- *Suma de dos enteros negativos:* $(-3) + (-7) = -10$
- *Suma de dos enteros de distinto signo:* $(+9) + (-5) = 4 \;;\; (-9) + (+5) = -4$

Restar dos números enteros es lo mismo que sumar al primero el *opuesto* del segundo. El opuesto de 5 es –5, –8 es el opuesto de 8.

Ejemplo.- $(-6) - (+5) = (-6) + (-5) = -11$

$(-3) - (-2) = (-3) + (+2) = -1$

$-3 + 4 - (-7) = -3 + 4 + 7 = -3 + 11 = +8$

Para *multiplicar (o dividir) números enteros* has de tener en cuenta la regla de los signos.

$$+ \times + = + \qquad + \times - = - \qquad - \times + = - \qquad - \times - = +$$

Ejemplo.- $(-2) \cdot 3 = -6$

$4 : (-2) = -2$

$(-1) \cdot (-3) = +3$

$3 \cdot (-2) \cdot (-5) = +30$

Jerarquía de las operaciones

Cuando tenemos varias operaciones encadenadas es necesario primero suprimir los paréntesis, luego realizar los productos y cocientes, y después las sumas y restas. Si hay unos paréntesis dentro de otros se debe ir de dentro hacia fuera.

Ejemplo.- $1 - 5 \cdot 4 = 1 - 20 = -19$

$3 + 4 : 2 = 3 + 2 = 5$

$1 + 4 \cdot (3 + 2) = 1 + 4 \cdot 5 = 1 + 20 = 21$

$5 \cdot 4 - (1 + 2) = 20 - 3 = 17$

$18 - [(3 + 6 + 9) : (9 - 6)] = 18 - [18 : 3] = 18 - 6 = 12$

$[(55 - 10) - (3 \cdot 6 \cdot 9)] : (-3) = [45 - 162] : (-3) = (-117) : (-3) = 39$

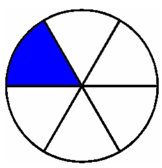
EJERCICIOS

1. Utiliza los números enteros para expresar los siguientes apartados.
   a) El cráter de un volcán que se encuentra a 600 m bajo el mar.
   b) El sótano segundo de un garaje.
   c) Un ingreso en la cuenta corriente de un banco de 4.000 euros.
2. Realiza las siguientes operaciones.
   a) $-65 + 13$
   b) $6 - (-23)$
   c) $-2 + (-3)$
   d) $(-12) \cdot (-3) \cdot 5$
   e) $45 : (-5)$
   f) $3 - 2 + 9 - 7$
   g) $3 - 2 \cdot 5 + 7 \cdot 4$
   h) $7 + (4 - 5) - (-89)$
   i) $4 - 3 + 7 - 2$
   j) $(-3) \cdot (-2) + 7$
   k) $3 + 4 \cdot 5$
   l) $-8 : 4 - 1$
   m) $(-1) \cdot 7 + (2 - 5)$
   n) $4 : 2 - (3 + 1)$
   ñ) $13 - (4 + 8) - 3 \cdot 54$
   o) $[21 : (7 \cdot 3)] + 4 \cdot (5 - 1)$
   p) $7 - 7 - [(2 \cdot 3) : (3 \cdot 2)]$
   q) $-3 - 2 \cdot [-9 \cdot (5 - 4) - (-6)]$
   r) $-3 + 3 \cdot (5 - (-4))$
   s) $11 \cdot 5 - 6 \cdot 11$

2. FRACCIONES. NÚMEROS RACIONALES

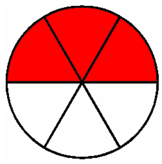
Muchas veces es imposible expresar el resultado de una medida mediante un número entero, por lo que recurrimos a la división de la unidad de medida en partes iguales.

Por ejemplo, cuando partimos una tarta en 6 trozos iguales, cada *unidad fraccionaria* es $\frac{1}{6}$.

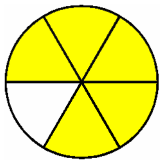


La ***unidad fraccionaria,*** $\boldsymbol{\frac{1}{n}}$**,** es cada una de las partes que se obtienen al dividir la unidad en $\boldsymbol{n}$ partes iguales.

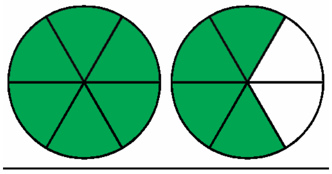
Si la unidad fraccionaria es $\frac{1}{n}$ y tomamos 2, 3, 4, …, m unidades, el resultado se escribe así: $\frac{2}{n}, \frac{3}{n}, \frac{4}{n}, ..., \frac{m}{n}$. Estas expresiones numéricas se llaman *fracciones*.



$\frac{3}{6}$



$\frac{5}{6}$



$\frac{10}{6}$

Una ***fracción,*** $\boldsymbol{\frac{m}{n}}$**,** es el cociente indicado de dos números enteros, siendo el divisor distinto de cero. Se interpreta así:

- ***n*** indica el número de partes en que se ha dividido la unidad.
- ***m*** indica el número de unidades fraccionarias elegidas.

El dividendo recibe el nombre de ***numerador,*** y el divisor, ***denominador.***

Extensión del concepto de fracción

La idea de fracción se puede interpretar también como:

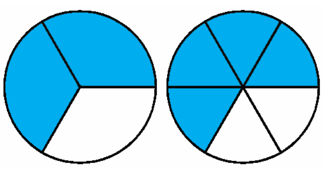
- *Función u operador*. Por ejemplo, cuando decimos: los tres quintos de 100 euros, $\frac{3}{5}$ de $100 = \frac{3 \cdot 100}{5} = 60$ euros.
- *Proporcionalidad*. Por ejemplo, cuando decimos: tres de cada cuatro, $\frac{3}{4}$.
- *Porcentaje*. Por ejemplo, cuando decimos: el 20 % de 150 alumnos, $\frac{20}{100}$ de $150 = \frac{20 \cdot 150}{100} = 30$ alumnos.

EJERCICIOS

3. Halla los $\frac{2}{3}$ de 12 y después los $\frac{4}{6}$. ¿Por qué se obtiene el mismo resultado?
4. En una caja, 2 de cada 5 bolas son azules. Hay 12 bolas azules en la caja. ¿Cuántas bolas tiene la caja?
5. Interpreta las siguientes expresiones como multiplicaciones y calcula su valor.

   a) Los $\frac{4}{7}$ de 21 b) Los $\frac{3}{5}$ de 70 c) Los $\frac{7}{3}$ de 81 d) Los $\frac{2}{3}$ de $\frac{5}{6}$

2.1. Fracciones equivalentes. Fracción irreducible



$\frac{2}{3}$ $\frac{4}{6}$

En la figura del margen los sectores coloreados son iguales. Estas fracciones determinan el mismo número: son fracciones *iguales* o *equivalentes*.

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$$

Observa que para dos fracciones equivalentes los productos cruzados son iguales:

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} \iff 2 \cdot 6 = 3 \cdot 4$$

Dos fracciones son ***equivalentes*** cuando el producto de *extremos* es igual al producto de *medios.*

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow a \cdot d = b \cdot c$$ (***a*** y ***d*** son los *extremos;* ***b*** y ***c*,** los *medios*)

La siguiente regla permite obtener fracciones iguales o equivalentes a una dada.

Si se multiplican (o dividen) el numerador y el denominador de una fracción por un mismo número distinto de cero, se obtiene otra fracción equivalente a la dada.

Simplificar una fracción es encontrar otras fracciones equivalentes a la fracción dada pero que tengan los términos menores. La simplificación termina cuando se llega a una fracción cuyo numerador y denominador son números primos entre sí, y se llama ***fracción irreducible.***

Para obtener la fracción irreducible podemos proceder dos formas:

- Dividiendo numerador y denominador por divisores comunes.
- Dividiendo numerador y denominador por su máximo común divisor.

Ejemplo.- Hallemos la fracción irreducible de $\frac{72}{90}$.

- $\frac{72}{90} = \frac{72:2}{90:2} = \frac{36}{45} = \frac{36:3}{45:3} = \frac{12}{15} = \frac{12:3}{15:3} = \frac{4}{5}$
- Como m.c.d. (72, 90) = $2 \cdot 3^2 = 18$, entonces $\frac{72}{90} = \frac{72:18}{90:18} = \frac{4}{5}$

¡Cuidado al simplificar fracciones!

Equivalentemente a lo anterior, también podemos simplificar si los términos de la fracción están descompuestos en productos. Si los términos están descompuestos en sumandos no se puede simplificar.

SÍ

$$\frac{6}{9} = \frac{\cancel{3}\cdot 2}{\cancel{3}\cdot 3} = \frac{2}{3}$$

NO

$$\frac{6}{9} = \frac{\cancel{3}+3}{\cancel{3}+6} = \frac{3}{6}$$

Los números determinados por fracciones se llaman ***números racionales.***

Un número racional queda determinado y simbolizado por una fracción o cualquiera de sus equivalentes.

El conjunto de los números racionales se representa por **Q** y está formado por cocientes indicados de números enteros, en los cuales el denominador es distinto de cero.

$$\mathbf{Q} = \left\{ \frac{m}{n} \,/\, m, n \in \mathbf{Z},\, n \neq 0 \right\}$$

EJERCICIOS

6. Halla la fracción irreducible de las siguientes fracciones.

   a) $\frac{40}{45}$ b) $\frac{60}{72}$ c) $\frac{200}{240}$ d) $\frac{780}{2.964}$

7. Simplifica descomponiendo en producto de factores.

   a) $\frac{45}{27}$ b) $\frac{24}{60}$ c) $\frac{64}{72}$ d) $\frac{4+6}{4+8}$

2.2. Reducción de fracciones a común denominador. Comparación de fracciones

Reducir varias fracciones a **común denominador** es hallar otras fracciones, equivalentes a las primeras, que tengan el mismo denominador.

> Para reducir fracciones a común denominador seguiremos estos pasos:
> 1. Se toma como denominador común de todas las fracciones el mínimo común múltiplo (m.c.m.) de los denominadores.
> 2. El nuevo numerador de cada fracción se obtiene multiplicando el numerador antiguo por el cociente de dividir el m.c.m. por el denominador de esta fracción.

Ejemplo. Para reducir las fracciones $\frac{5}{6}$ y $\frac{-3}{4}$ a común denominador, tomamos como denominador común el m.c.m. (6, 4) = 12 y se hallan las fracciones equivalentes a las dadas con denominador 12:

$$12:6=2 \Rightarrow \frac{5}{6}=\frac{5\cdot 2}{6\cdot 2}=\frac{10}{12} \qquad 12:4=3 \Rightarrow \frac{-3}{4}=\frac{-3\cdot 3}{4\cdot 3}=\frac{-9}{12}$$

Las fracciones $\frac{10}{12}$ y $\frac{-9}{12}$ son equivalentes a $\frac{5}{6}$ y $\frac{-3}{4}$ respectivamente.

La reducción a común denominador permite **comparar y ordenar** las fracciones de menor a mayor, o al revés. Por ejemplo, ordenemos las fracciones $\frac{2}{3}$ y $\frac{4}{7}$.

Reducimos primeramente a común denominador: m.c.m. (3, 7) = 21

$$21:3=7 \Rightarrow \frac{2}{3}=\frac{2\cdot 7}{3\cdot 7}=\frac{14}{21} \qquad 21:7=3 \Rightarrow \frac{4}{7}=\frac{4\cdot 3}{7\cdot 3}=\frac{12}{21}$$

Tenemos que $\frac{14}{21}>\frac{12}{21}$ y, por tanto, $\frac{2}{3}>\frac{4}{7}$.

> Dadas dos fracciones que tienen el mismo denominador, es menor (<) o mayor (>) la que tiene menor o mayor numerador, respectivamente.

EJERCICIOS

8. Reduce a común denominador y ordena las siguientes fracciones.
   a) $\frac{5}{8}$ y $\frac{3}{7}$ b) $\frac{7}{6}$ y $\frac{4}{9}$ c) $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$ y $\frac{5}{6}$ d) $\frac{3}{14}$, $\frac{3}{35}$ y $\frac{1}{7}$
9. En el colegio, 1/3 de los alumnos estudian inglés y el 33 % francés. ¿Cuál es la lengua más elegida?
10. Un coche recorre 50 km en tres cuartos de hora, y otro recorre 36 km en 27 minutos. ¿Cuál es más rápido?
11. Un alumno dice: «En una jornada de trabajo paso 1/3 del día durmiendo y los 3/8 en el colegio. Las horas de clase ocupan los 2/3 del tiempo que paso en el colegio». ¿Qué fracción del día ocupan las clases? ¿Cuántas horas son?

3. OPERACIONES CON NÚMEROS RACIONALES

3.1. Suma y resta

La **suma (o resta) de fracciones con el mismo denominador** es otra fracción cuyo numerador es la suma (o resta) de los numeradores y cuyo denominador es el de las fracciones dadas.

$$\frac{a}{c} \pm \frac{b}{c} = \frac{a \pm b}{c}$$

Para **sumar (o restar) fracciones con distinto denominador** se reducen previamente a común denominador y después operamos según se ha indicado anteriormente.

Ejemplo.- Calculemos $\frac{1}{4} - \frac{2}{3} + \frac{7}{5}$

m.c.m. (4, 3, 5) = 60, con lo que $\frac{1}{4} - \frac{2}{3} + \frac{7}{5} = \frac{15}{60} - \frac{40}{60} + \frac{84}{60} = \frac{15 - 40 + 84}{60} = \frac{59}{60}$

EJERCICIOS

12. Realiza las siguientes operaciones.

a) $\frac{4}{5} + \frac{1}{6} - \frac{2}{15}$ b) $2 + \frac{5}{6} + \frac{1}{3}$ c) $\frac{-3}{10} + \frac{5}{6} + \frac{4}{3}$

d) $\frac{-5}{12} + \frac{2}{9} + \frac{-7}{15}$ e) $1 - \frac{-2}{3} + 3$ f) $\left(\frac{3}{4} - \frac{1}{5}\right) - \left(\frac{-7}{2} + \frac{5}{2}\right)$

3.2. Producto y división

El **producto** de dos o más fracciones es otra fracción que tiene por numerador el producto de los numeradores y por denominador el producto de los denominadores.

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

Ejemplo.- $\frac{1}{4} \cdot \frac{-3}{6} \cdot \frac{2}{5} = \frac{1 \cdot (-3) \cdot 2}{4 \cdot 6 \cdot 5} = \frac{-6}{120} = (\text{simplificamos}) = \frac{-6 : 6}{120 : 6} = \frac{-1}{20}$

Dividir un número por 2 equivale a multiplicar por el número inverso 1/2. Análogamente, dividir un número por 2/3 equivale a multiplicar por el número inverso 3/2. Por tanto, para dividir dos fracciones se multiplica la primera por la inversa de la segunda.

Ejemplo.- $\frac{3}{4} : \frac{2}{7} = \frac{3}{4} \cdot \frac{7}{2} = \frac{3 \cdot 7}{4 \cdot 2} = \frac{21}{8}$

Para **dividir** dos fracciones se multiplica la primera por la inversa de la segunda, lo que es equivalente a multiplicar sus términos en cruz. Por tanto, el **cociente** de dos fracciones es otra fracción que tiene por numerador el producto de los extremos y por denominador el producto de los medios.

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{a \times d}{b \times c}, \text{ con } c \neq 0$$

EJERCICIOS

13. Realiza las siguientes operaciones.

a) $\frac{2}{7}\cdot\frac{3}{5}$ b) $\frac{2}{3}\cdot\frac{5}{7}\cdot\frac{6}{9}$ c) $\frac{2}{7}:\frac{3}{5}$

d) $\left(\frac{2}{7}:\frac{4}{5}\right)\cdot\frac{4}{6}$ e) $\frac{15}{2}:(-5)$ f) $\left(\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{5}\right)+\left(\frac{-7}{2}:\frac{5}{2}\right)$

3.3. Propiedades y jerarquía de las operaciones

En el siguiente ejemplo aparecen operaciones sucesivas y la secuencia de su resolución. En la práctica, algunos de estos pasos se hacen a la vez.

	$7 \cdot 5 - [-(8-3) + (12-6)] + 5 + 4^2 : 8$
Paréntesis:	$7 \cdot 5 - [-5 + 6] + 5 + 4^2 : 8$
Corchetes:	$7 \cdot 5 - 1 + 5 + 4^2 : 8$
Potencias:	$7 \cdot 5 - 1 + 5 + 16 : 8$
Productos:	$35 - 1 + 5 + 16 : 8$
Cocientes:	$35 - 1 + 5 + 2$
Sumas y restas:	$34 + 5 + 2 = 41$

1º. En los cálculos deben realizarse primero las operaciones que están entre paréntesis (corchetes, llaves). Los paréntesis siempre van por parejas: uno abre la expresión y otro la cierra. Si hay paréntesis anidados (unos dentro de otros) se opera desde las parejas interiores a las exteriores.

2º. Cuando no hay paréntesis, el orden o jerarquía de las operaciones es el siguiente:
- potenciación y radicación,
- multiplicación y división,
- suma y resta.

3º. A igualdad de jerarquía tiene preferencia la operación que se encuentra más a la izquierda.

4º. Para operar correctamente hay que conocer y saber utilizar las propiedades de las operaciones. Las principales propiedades de la suma y del producto son:

Asociativa Conmutativa	$(a + b) + c = a + (b + c)$ $a + b = b + a$
Asociativa Conmutativa	$(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$ $a \times b = b \times a$
Distributiva (factor común)	$a \times (b + c) = a \times b + a \times c$

Ejemplo.- $4 + [5 - (3 + 8)] = 4 + (5 - 11) = 4 + (-6) = 4 - 6 = -2$

$$\frac{5}{2}-\frac{3}{7}\cdot\frac{4}{5}=\frac{5}{2}-\left(\frac{3}{7}\cdot\frac{4}{5}\right)=\frac{5}{2}-\frac{12}{35}=\frac{175-24}{70}=\frac{151}{70}$$

EJERCICIOS

14. Realiza las siguientes operaciones de dos formas distintas: directamente y sacando factor común.

    a) $\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{5}+\frac{2}{3}\cdot\frac{5}{6}$ b) $\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{6}+\frac{5}{6}\cdot\frac{1}{9}$ c) $\frac{-3}{11}\cdot\frac{1}{4}-\frac{6}{5}\cdot\frac{-3}{11}$

15. Calcula las siguientes expresiones.

    a) $3-4\left[\frac{1}{3}-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{5}\right)+3:\left(\frac{1}{3}:\frac{1}{2}\right)\right]$ b) $(3-4)\left[\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{5}\right)+\left(3:\frac{1}{3}\right):\frac{1}{2}\right]$

    c) $\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{4}\right)+5-3\left(4:\frac{3}{5}+1\right)$ d) $\left[\frac{1}{3}+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{4}\right)+5\right]-3\left[4:\left(\frac{3}{5}+1\right)\right]$

    e) $\left[\frac{3}{8}\left(\frac{5}{3}-\frac{1}{2}\right)-\frac{4}{11}\left(\frac{3}{4}-\frac{1}{5}\right)\right]:\left[\frac{5}{9}-\left(\frac{-3}{4}+\frac{1}{2}\right)+\frac{10}{3}\left(\frac{1}{2}-\frac{3}{5}\right)\right]$

    f) $\left(\frac{3}{5}:\frac{2}{3}-\frac{4}{5}\cdot\frac{4}{3}+\frac{1}{3}-\frac{3}{4}:\frac{3}{7}\right)\cdot\left(\frac{2}{3}+\frac{-7}{2}-\frac{5}{6}+\frac{1}{4}\right):\left(\frac{-4}{3}+\frac{2}{3}-\frac{1}{6}\right)$

16. Una botella tiene 3/4 de litro de naranja, otra tiene 3/5 y una tercera tiene 5/6. ¿Qué cantidad de naranja tienen entre las tres botellas? ¿Cuánta naranja tiene la primera más que la segunda?

17. Entre la temperatura de un termómetro en la escala *Celsius (C)* y la temperatura en grados *Fahrenheit (F)* existe la relación siguiente: $F=\frac{9}{5}C+32$.
    a) Si la temperatura de un enfermo es 40 ºC, ¿qué temperatura tendría en un termómetro Farenheit?
    b) El hierro funde a 1.535 ºC. ¿Cuál es su temperatura de fusión en grados Farenheit?
    c) Halla el valor de F para C = 20º y C = 50º.

18. Una familia gasta 1/16 de su sueldo en el alquiler del piso, 1/64 en teléfono y electricidad y 1/8 de su sueldo en transporte y en ropa.
    a) ¿Qué fracción del sueldo se gasta la familia en los conceptos anteriores?
    b) ¿Qué fracción del sueldo le queda para alimentación y para el ahorro?
    c) ¿Cómo se distribuyen sus gastos si sus ingresos mensuales son de 1.082 €?
    d) ¿Qué dinero le queda para alimentación y para el ahorro?

4. NÚMEROS RACIONALES Y NÚMEROS DECIMALES

4.1. Expresión decimal de los números racionales

Como una fracción es el cociente indicado de dos números, podemos calcular estos cocientes sin más que dividir numerador entre denominador.

Hallemos las expresiones decimales de las fracciones $\frac{7}{4}$, $\frac{7}{3}$ y $\frac{11}{6}$:

$$\begin{array}{l|l} 7 & 4 \\ \hline 30 & 1'75 \\ \ \ 20 & \\ \ \ \ \ 0 & \end{array} \qquad \begin{array}{l|l} 7 & 3 \\ \hline 10 & 2'333 \\ \ \ 10 & \\ \ \ \ \ 10 & \end{array} \qquad \begin{array}{l|l} 11 & 6 \\ \hline \ \ 50 & 1'8333 \\ \ \ \ \ 20 & \\ \ \ \ \ \ \ 20 & \\ \ \ \ \ \ \ \ \ 20 & \end{array}$$

con lo que dichas expresiones son las siguientes:

$$\frac{7}{4}=1'75 \qquad \frac{7}{3}=2'3333... \qquad \frac{11}{6}=1'83333...$$

Como vemos en los ejemplos anteriores, al dividir el numerador entre el denominador ocurrirá uno de estos casos:

- Que la división acabe porque es exacta, como ocurre con la primera fracción. En este caso resulta una expresión decimal **limitada,** es decir, tiene un número limitado de cifras decimales. La expresión dada se dice que es un ***número decimal exacto.***

- Que la división no acabe porque no es exacta, como ocurre en la segunda y tercera fracción. En estos casos resulta una expresión decimal **ilimitada,** es decir, el número de cifras decimales no acaba nunca, es ilimitado. En el segundo caso, diremos que se trata de un ***número decimal periódico puro*** y, en el tercer caso, de un ***número decimal periódico mixto.*** Se expresan así:

$$2'3333... = 2'\overline{3} \quad \text{y} \quad 1'83333... = 1'8\overline{3}$$

En la expresión decimal del número racional $12'56718718718718... = 12'56\overline{718}$ se distinguen tres partes:

Parte entera	***Parte no periódica o anteperiodo***	***Parte periódica o periodo***
12	56	718

Lo expuesto anteriormente nos permita afirmar que:

Todo número racional se puede escribir como un número decimal exacto o periódico.

EJERCICIOS

19. Expresa en forma decimal las siguientes fracciones e indica, en cada caso, el tipo de decimal que resulta.
a) $\frac{3}{4}$ b) $\frac{4}{3}$ c) $\frac{3}{5}$ d) $\frac{5}{6}$ e) $\frac{7}{15}$ f) $\frac{5}{7}$

20. Escribe 12 decimales de los siguientes números decimales periódicos.
a) $3'\overline{246}$ b) $4'\overline{6}$ c) $2'43\overline{28}$ d) $3'2\overline{478}$

21. Expresa las siguientes fracciones en decimales. Observa en cada caso qué factores aparecen en los denominadores. ¿Puedes sacar alguna consecuencia?
a) $\frac{3}{4}, \frac{7}{5}, \frac{23}{20}, \frac{13}{25}$ b) $\frac{2}{3}, \frac{3}{7}, \frac{23}{9}, \frac{132}{21}$ c) $\frac{7}{6}, \frac{17}{15}, \frac{5}{14}, \frac{3}{22}$

4.2. Expresión fraccionaria de los números decimales

Todo número decimal exacto o periódico se puede escribir como una fracción, llamada ***fracción generatriz*** del número decimal.

En los siguientes ejemplos se indica el proceso para hallar la fracción.

- Decimal exacto: fracción generatriz de $x = 3'631$

  Se multiplica por 1.000: $1.000x = 3.631$, de donde hallamos despejando el valor de $x = \frac{3.631}{1.000}$

- Decimal periódico puro: fracción generatriz de $x = 3'\overline{75} = 3'757575...$

  Se multiplica por 100: $100x = 375'7575\ldots$
  Se deja como está: $x = 3'7575\ldots$
  Se resta: $99x = 375 - 3$

  Por último, despejamos el valor de x: $x = \frac{375-3}{99} = \frac{372}{99} = \frac{124}{33}$

- <u>Decimal periódico mixto:</u> fracción generatriz de $x = 2'4\overline{78} = 2'4787878...$

$$\begin{array}{ll} \text{Se multiplica por 1.000:} & 1.000x = 2.478'7878\ldots \\ \text{Se multiplica por 10:} & 10x = 24'7878\ldots \\ \hline \text{Se resta:} & 990x = 2.478 - 24 \end{array}$$

Hallamos el valor de x: $x = \dfrac{2.478-24}{990} = \dfrac{2.454}{990} = \dfrac{1.227}{495} = \dfrac{409}{165}$

Los dos primeros pasos se pueden expresar así:

Primer paso: se multiplica por 10, 100, 1.000, … según convenga para correr la coma hasta el comienzo del segundo bloque periódico.

Segundo paso: se multiplica por 10, 100, 1.000, … según convenga para correr la coma hasta el comienzo del primer bloque periódico.

De estos ejemplos se obtiene una fórmula para escribir la fracción generatriz de un número decimal x:

$x = \dfrac{\boldsymbol{EAP - EA}}{\mathbf{9K\ 90K\ 0}}$	***E*** son las cifras de la ***parte entera*** ***A*** son las cifras del ***anteperiodo*** ***P*** son las cifras del ***periodo*** **9…9** son tantos nueves como cifras tiene el periodo **0…0** son tantos ceros como cifras tiene el anteperiodo

Lo estudiado en este apartado nos proporciona la equivalencia entre los números racionales y los números decimales exactos y periódicos.

Q = {***Nº decimales exactos***} È {***Nº periódicos puros***} È {***Nº periódicos mixtos***}

<u>Ejemplo.-</u> Hallemos la fracción generatriz de los siguientes números decimales.

- $2'75 = \dfrac{275}{100} = \dfrac{11}{4}$. Con la fórmula: $2'75 = 2'75000K = 2'75\overline{0} = \dfrac{2.750-275}{900} = \dfrac{2.475}{900} = \dfrac{11}{4}$
- $7'333K = 7'\overline{3} = \dfrac{73-7}{9} = \dfrac{66}{9} = \dfrac{22}{3}$
- $7'45333K = 7'45\overline{3} = \dfrac{7.453-745}{900} = \dfrac{6.708}{900} = \dfrac{559}{75}$

EJERCICIOS

22. Halla la fracción generatriz de los siguientes números decimales.
    a) $0'6$ b) $0'\overline{8}$ c) $0'1\overline{3}$ d) $1'\overline{32}$ e) $1'27$ f) $1'3\overline{18}$

23. Aplica la regla que corresponda para pasar a fracción los siguientes decimales.
    a) $0'\overline{9}$ b) $5'\overline{9}$ c) $0'0\overline{9}$ d) $12'5\overline{9}$
    ¿Se puede obtener un decimal periódico en el que la parte periódica sea la cifra 9, mediante división?

24. Calcula las siguientes operaciones.
    a) $5'000\ldots + 6'999\ldots$ b) $\dfrac{1}{3} + 0'4999...$ c) $0'999\ldots + 2'44999\ldots$
    d) $0'555\ldots + 0'333\ldots$ e) $\dfrac{3'\overline{2} + 1'\overline{3}}{0'2 + 0'\overline{2}}$ f) $\dfrac{\frac{2}{3} + 0'5 - \frac{1}{2}\cdot 0'\overline{3}}{0'0\overline{2}}$

5. APROXIMACIONES: REDONDEO

En determinados contextos es más razonable trabajar con *aproximaciones* que con valores exactos. Lee los siguientes ejemplos.

- El descubrimiento del número cero ocurrió hacia el año 400.
- Por el siglo X, Córdoba tenía una población de 500.000 habitantes.
- En el año 2025 sólo el 41 % de la población vivirá en zonas rurales.

En todos ellos se da una aproximación de una cantidad desconocida. Llamamos ***estimaciones*** a este tipo de aproximaciones.

Fíjate ahora en estos ejemplos:

- Si un medio de comunicación desea informar que los ingresos derivados del turismo ascienden a 235.467.342 €, lo daría del siguiente modo: «Los ingresos procedentes del turismo han alcanzado los 235 millones de euros».

- Si del número13/6 = 2'1666… eliminamos todas las cifras decimales a partir de la segunda, obtenemos el número 2'16. Este número no es exactamente 13/6, pero es un número cuyo valor es ligeramente inferior al valor de 13/6. Aún sabiendo que cometemos un pequeño ***error,*** se puede utilizar como su sustituto en determinados cálculos.

  Podemos decir que 2'16 es una ***aproximación por defecto*** de 13/6, apreciando hasta las centésimas (dos cifras decimales exactas).

  Si sustituimos 13/6 por 2'17 hemos hecho una ***aproximación por exceso*** de 13/6 con una cifra decimal exacta.

El grado de aproximación depende del objetivo que se persiga. Por ejemplo, si dos ciudades distan 101 km, decir que la distancia es 100 km, 1 km de error sería aceptable; en cambio, en los talleres de precisión, los trabajos de ajuste y pulido requieren medidas con un margen de error menor de 0'01 mm o de 0'001 mm.

> Un método para aproximar un número es el ***redondeo.*** Para ello, hay que tener en cuenta el valor de la primera cifra que se quiere suprimir:
> - Si es cinco o mayor que cinco, añadimos 1 a la última cifra.
> - Si es menor que cinco, suprimimos sin más la última cifra.

Ejemplo.- Redondeamos 3'25 a una cifra decimal (décimas) y obtenemos 3'3.

Redondeamos 0'4444… a dos cifras decimales (centésimas) y obtenemos 0'44.

Redondeamos 1'7777… a dos cifras decimales (centésimas) y obtenemos 1'78.

EJERCICIOS

25. ¿Cuál es la aproximación que se hace, en cada caso, tomando para 3/7 los siguientes números?
a) 0'4 b) 0'42 c) 0'429 d) 0'42856

26. Calcula las expresiones decimales de las siguientes fracciones y redondea, después, la cifra de las milésimas.
a) 3/7 b) 4/3 c) 17/3 d) 2/7

27. Un segmento mide 3'4 metros con un error menor que una décima. ¿Qué significa?

28. Redondea los siguientes números.
a) 45'00768 hasta las centésimas.
b) 0'987125 hasta las milésimas.
c) 5'6 hasta las unidades.

29. Da algunas aproximaciones por exceso y por defecto de la longitud de una circunferencia de radio 2 cm.

Soluciones a los ejercicios propuestos

1. Utiliza los números enteros para expresar los siguientes apartados.
   a) El cráter de un volcán que se encuentra a 600 m bajo el mar. **-600**
   b) El sótano segundo de un garaje. **-2**
   c) Un ingreso en la cuenta corriente de un banco de 4.000 euros. **4.000**

2. Realiza las siguientes operaciones.

a) $-65 + 13 =$ **-52**	h) $7 + (4 - 5) - (-89) =$ **95**	ñ) $13 - (4 + 8) - 3 \cdot 54 =$ **-161**
b) $6 - (-23) =$ **29**	i) $4 - 3 + 7 - 2 =$ **6**	o) $[21 : (7 \cdot 3)] + 4 \cdot (5 - 1) =$ **17**
c) $-2 + (-3) =$ **-5**	j) $(-3) \cdot (-2) + 7 =$ **13**	p) $7 - 7 - [(2 \cdot 3) : (3 \cdot 2)] =$ **-1**
d) $(-12) \cdot (-3) \cdot 5 =$ **180**	k) $3 + 4 \cdot 5 =$ **23**	q) $-3 - 2 \cdot [-9 \cdot (5 - 4) - (-6)] =$ **3**
e) $45 : (-5) =$ **-9**	l) $-8 : 4 - 1 =$ **-3**	r) $-3 + 3 \cdot (5 - (-4)) =$ **24**
f) $3 - 2 + 9 - 7 =$ **3**	m) $(-1) \cdot 7 + (2 - 5) =$ **-10**	s) $11 \cdot 5 - 6 \cdot 11 =$ **-11**
g) $3 - 2 \cdot 5 + 7 \cdot 4 =$ **21**	n) $4 : 2 - (3 + 1) =$ **-2**	

3. Halla los $\frac{2}{3}$ de 12 y después los $\frac{4}{6}$. ¿Por qué se obtiene el mismo resultado?
   El resultado en ambos casos es 8 pues ambas fracciones son equivalentes.

4. En una caja, 2 de cada 5 bolas son azules. Hay 12 bolas azules en la caja. ¿Cuántas bolas tiene la caja? **30 bolas.**

5. Interpreta las siguientes expresiones como multiplicaciones y calcula su valor.
   a) Los $\frac{4}{7}$ de 21 = **12** b) Los $\frac{3}{5}$ de 70 = **42** c) Los $\frac{7}{3}$ de 81 = **189** d) Los $\frac{2}{3}$ de $\frac{5}{6}$ = **5/9**

6. Halla la fracción irreducible de las siguientes fracciones.
   a) $\frac{40}{45} = \mathbf{\frac{8}{9}}$ b) $\frac{60}{72} = \mathbf{\frac{5}{6}}$ c) $\frac{200}{240} = \mathbf{\frac{5}{6}}$ d) $\frac{780}{2.964} = \mathbf{\frac{5}{19}}$

7. Simplifica descomponiendo en producto de factores.
   a) $\frac{45}{27} = \mathbf{\frac{5}{3}}$ b) $\frac{24}{60} = \mathbf{\frac{2}{5}}$ c) $\frac{64}{72} = \mathbf{\frac{8}{9}}$ d) $\frac{4+6}{4+8} = \mathbf{\frac{5}{6}}$

8. Reduce a común denominador y ordena las siguientes fracciones.
   a) $\frac{5}{8}$ y $\frac{3}{7}$ b) $\frac{7}{6}$ y $\frac{4}{9}$ c) $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$ y $\frac{5}{6}$ d) $\frac{3}{14}$, $\frac{3}{35}$ y $\frac{1}{7}$
   a) $\mathbf{\frac{5}{8} = \frac{35}{56}}$ **y** $\mathbf{\frac{3}{7} = \frac{24}{56}}$ **Þ** $\mathbf{\frac{5}{8} > \frac{3}{7}}$
   b) $\mathbf{\frac{7}{6} = \frac{21}{18}}$ **y** $\mathbf{\frac{4}{9} = \frac{8}{18}}$ **Þ** $\mathbf{\frac{7}{6} > \frac{4}{9}}$
   c) $\mathbf{\frac{1}{2} = \frac{6}{12}, \frac{3}{4} = \frac{9}{12}}$ **y** $\mathbf{\frac{5}{6} = \frac{10}{12}}$ **Þ** $\mathbf{\frac{5}{6} > \frac{3}{4} > \frac{1}{2}}$
   d) $\mathbf{\frac{3}{14} = \frac{15}{70}, \frac{3}{35} = \frac{6}{70}}$ **y** $\mathbf{\frac{1}{7} = \frac{10}{70}}$ **Þ** $\mathbf{\frac{3}{14} > \frac{1}{7} > \frac{3}{35}}$

9. En el colegio, 1/3 de los alumnos estudian inglés y el 33 % francés. ¿Cuál es la lengua más elegida? **Inglés.**

10. Un coche recorre 50 km en tres cuartos de hora, y otro recorre 36 km en 27 minutos. ¿Cuál es más rápido? **Segundo.**

11. Un alumno dice: «En una jornada de trabajo paso 1/3 del día durmiendo y los 3/8 en el colegio. Las horas de clase ocupan los 2/3 del tiempo que paso en el colegio». ¿Qué fracción del día ocupan las clases? ¿Cuántas horas son?
    Las clases ocupan 1/4 del día, por tanto, 6 horas.

12. Realiza las siguientes operaciones.
    a) $\frac{4}{5}+\frac{1}{6}-\frac{2}{15} = \mathbf{\frac{5}{6}}$ b) $2+\frac{5}{6}+\frac{1}{3} = \mathbf{\frac{19}{6}}$ c) $\frac{-3}{10}+\frac{5}{6}+\frac{4}{3} = \mathbf{\frac{28}{15}}$
    d) $\frac{-5}{12}+\frac{2}{9}+\frac{-7}{15} = \mathbf{\frac{-119}{180}}$ e) $1-\frac{-2}{3}+3 = \mathbf{\frac{14}{3}}$ f) $\left(\frac{3}{4}-\frac{1}{5}\right)-\left(\frac{-7}{2}+\frac{5}{2}\right) = \mathbf{\frac{31}{20}}$

13. Realiza las siguientes operaciones.

a) $\frac{2}{7}\cdot\frac{3}{5}=\mathbf{\frac{6}{35}}$ b) $\frac{2}{3}\cdot\frac{5}{7}\cdot\frac{6}{9}=\mathbf{\frac{20}{63}}$ c) $\frac{2}{7}:\frac{3}{5}=\mathbf{\frac{10}{21}}$

d) $\left(\frac{2}{7}:\frac{4}{5}\right)\cdot\frac{4}{6}=\mathbf{\frac{5}{21}}$ e) $\frac{15}{2}:(-5)=\mathbf{\frac{-3}{2}}$ f) $\left(\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{5}\right)+\left(\frac{-7}{2}:\frac{5}{2}\right)=\mathbf{\frac{-5}{4}}$

14. Realiza las siguientes operaciones de dos formas distintas: directamente y sacando factor común.

a) $\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{5}+\frac{2}{3}\cdot\frac{5}{6}=\mathbf{\frac{31}{45}}$ b) $\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{6}+\frac{5}{6}\cdot\frac{1}{9}=\mathbf{\frac{155}{216}}$ c) $\frac{-3}{11}\cdot\frac{1}{4}-\frac{6}{5}\cdot\frac{-3}{11}=\mathbf{\frac{57}{220}}$

15. Calcula las siguientes expresiones.

a) $3-4\left[\frac{1}{3}-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{5}\right)+3:\left(\frac{1}{3}:\frac{1}{2}\right)\right]=\mathbf{\frac{-487}{30}}$ b) $(3-4)\left[\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{5}\right)+\left(3:\frac{1}{3}\right):\frac{1}{2}\right]=\mathbf{\frac{-2.159}{120}}$

c) $\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{4}\right)+5-3\left(4:\frac{3}{5}+1\right)=\mathbf{\frac{-427}{24}}$ d) $\left[\frac{1}{3}+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{4}\right)+5\right]-3\left[4:\left(\frac{3}{5}+1\right)\right]=\mathbf{\frac{-49}{24}}$

e) $\left[\frac{3}{8}\left(\frac{5}{3}-\frac{1}{2}\right)-\frac{4}{11}\left(\frac{3}{4}-\frac{1}{5}\right)\right]:\left[\frac{5}{9}-\left(\frac{-3}{4}+\frac{1}{2}\right)+\frac{10}{3}\left(\frac{1}{2}-\frac{3}{5}\right)\right]=\mathbf{\frac{171}{340}}$

f) $\left(\frac{3}{5}:\frac{2}{3}-\frac{4}{5}\cdot\frac{4}{3}+\frac{1}{3}-\frac{3}{4}:\frac{3}{7}\right)\cdot\left(\frac{2}{3}+\frac{-7}{2}-\frac{5}{6}+\frac{1}{4}\right):\left(\frac{-4}{3}+\frac{2}{3}-\frac{1}{6}\right)=\mathbf{\frac{-779}{120}}$

16. Una botella tiene 3/4 de litro de naranja, otra tiene 3/5 y una tercera tiene 5/6. ¿Qué cantidad de naranja tienen entre las tres botellas? ¿Cuánta naranja tiene la primera más que la segunda?
Entre las tres botellas tienen 131/60 litros. La primera tiene 3/20 litros más que la segunda.

17. Entre la temperatura de un termómetro en la escala *Celsius (C)* y la temperatura en grados *Fahrenheit (F)* existe la relación siguiente: $F=\frac{9}{5}C+32$.

a) Si la temperatura de un enfermo es 40 ºC, ¿qué temperatura tendría en un termómetro Farenheit? **104º F.**
b) El hierro funde a 1.535 ºC. ¿Cuál es su temperatura de fusión en grados Farenheit? **2.795º F.**
c) Halla el valor de F para C = 20º y C = 50º. **68º F y 122º F, respectivamente.**

18. Una familia gasta 1/16 de su sueldo en el alquiler del piso, 1/64 en teléfono y electricidad y 1/8 de su sueldo en transporte y en ropa.

a) ¿Qué fracción del sueldo se gasta la familia en los conceptos anteriores?
b) ¿Qué fracción del sueldo le queda para alimentación y para el ahorro?
c) ¿Cómo se distribuyen sus gastos si sus ingresos mensuales son de 1.082 €?
d) ¿Qué dinero le queda para alimentación y para el ahorro?

a) Gasta 13/64 del sueldo.
b) Para alimentación y ahorro le queda 51/64 del sueldo.
c) Gasta 67’63 € en el alquiler del piso, 16’91 € en teléfono y electricidad y 135’25 € en transporte y ropa.
d) Para alimentación y ahorro le queda 862’21 euros.

19. Expresa en forma decimal las siguientes fracciones e indica, en cada caso, el tipo de decimal que resulta.

a) $\frac{3}{4}$ b) $\frac{4}{3}$ c) $\frac{3}{5}$ d) $\frac{5}{6}$ e) $\frac{7}{15}$ f) $\frac{5}{7}$

a) $0'75$ exacto **b) $1'3333\ldots=1'\overline{3}$ periódico puro**

c) $0'6$ exacto **d) $0'8333\ldots=0'8\overline{3}$ periódico mixto**

e) $0'4666\ldots=0'4\overline{6}$ periódico mixto **f) $0'714285714285\ldots=0'\overline{714285}$ periódico puro**

20. Escribe 12 decimales de los siguientes números decimales periódicos.

a) $3'\overline{246}$ b) $4'\overline{6}$ c) $2'43\overline{28}$ d) $3'2\overline{478}$

a) 3’246246246246… **b) 4’666666666666…** **c) 2’432828282828…** **d) 3’247847847847…**

21. Expresa las siguientes fracciones en decimales. Observa en cada caso qué factores aparecen en los denominadores. ¿Puedes sacar alguna consecuencia?

a) $\frac{3}{4}, \frac{7}{5}, \frac{23}{20}, \frac{13}{25}$ b) $\frac{2}{3}, \frac{3}{7}, \frac{23}{9}, \frac{132}{21}$ c) $\frac{7}{6}, \frac{17}{15}, \frac{5}{14}, \frac{3}{22}$

a) $\mathbf{\frac{3}{4} = 0'75,\ \frac{7}{5} = 1'4,\ \frac{23}{20} = 1'15,\ \frac{13}{25} = 0'52}$

b) $\mathbf{\frac{2}{3} = 0'\overline{6},\ \frac{3}{7} = 0'\overline{428571},\ \frac{23}{9} = 2'\overline{5},\ \frac{132}{21} = \frac{44}{7} = 6'\overline{285714}}$

c) $\mathbf{\frac{7}{6} = 1'1\overline{6},\ \frac{17}{15} = 1'1\overline{3},\ \frac{5}{14} = 0'3\overline{571428},\ \frac{3}{22} = 0'1\overline{36}}$

Observa que tenemos decimales exactos en a), periódicos puros en b) y periódicos mixtos en c).

Como consecuencias, se puede deducir que una <u>fracción irreducible</u> $\frac{a}{b}$ tiene una expresión decimal:

- ***exacta* si los únicos factores primos que tiene el denominador son 2 ó 5;**
- ***periódica pura* si entre los factores primos del denominador no se encuentra ni el 2 ni el 5;**
- ***periódica mixta* si entre los factores primos del denominador se encuentra el 2 ó el 5 y algún otro.**

22. Halla la fracción generatriz de los siguientes números decimales.

a) $0'6 = \mathbf{\frac{3}{5}}$ b) $0'\overline{8} = \mathbf{\frac{8}{9}}$ c) $0'1\overline{3} = \mathbf{\frac{2}{15}}$ d) $1'\overline{32} = \mathbf{\frac{131}{99}}$ e) $1'27 = \mathbf{\frac{127}{100}}$ f) $1'3\overline{18} = \mathbf{\frac{29}{22}}$

23. Aplica la regla que corresponda para pasar a fracción los siguientes decimales.

a) $0'\overline{9}$ b) $5'\overline{9}$ c) $0'0\overline{9}$ d) $12'5\overline{9}$

¿Se puede obtener un decimal periódico en el que la parte periódica sea la cifra 9, mediante división?

a) $0'\overline{9} = \mathbf{1}$ **(observa que tenemos un número entero)**

b) $5'\overline{9} = \mathbf{6}$ **(observa que tenemos un número entero)**

c) $0'0\overline{9} = \mathbf{\frac{1}{10}}$ **(observa que tenemos un decimal exacto, 1/10 = 0'1)**

d) $12'5\overline{9} = \mathbf{\frac{63}{5}}$ **(observa que tenemos un decimal exacto, 63/5 = 12'6)**

Por tanto, mediante división NO se puede obtener nunca un decimal periódico (puro o mixto) en el que la parte periódica sea la cifra 9.

24. Calcula las siguientes operaciones.

a) 5'000… + 6'999… = **12**

b) $\frac{1}{3} + 0'4999... = \mathbf{\frac{5}{6} = 0'8\overline{3}}$

c) 0'999… + 2'44999… = $\mathbf{\frac{69}{20} = 3'45}$

d) 0'555… + 0'333… = $\mathbf{\frac{8}{9} = 0'\overline{8}}$

e) $\frac{3'\overline{2} + 1'\overline{3}}{0'2 + 0'\overline{2}} = \mathbf{\frac{205}{19} = 10'\overline{789473684210526315}}$

f) $\frac{\frac{2}{3} + 0'5 - \frac{1}{2} \cdot 0'\overline{3}}{0'0\overline{2}} = \mathbf{45}$

25. ¿Cuál es la aproximación que se hace, en cada caso, tomando para 3/7 los siguientes números?

a) 0'4 b) 0'42 c) 0'429 d) 0'42856

Obtenemos primeramente la expresión decimal, $\mathbf{\frac{3}{7} = 0'\overline{428571}}$

a) Aproximación por defecto hasta las décimas (una cifra decimal exacta).
b) Aproximación por defecto hasta las centésimas (dos cifras decimales exactas).
c) Aproximación por exceso hasta las milésimas (dos cifras decimales exactas).
d) Aproximación por defecto hasta las diezmilésimas (cuatro cifras decimales exactas).

26. Calcula las expresiones decimales de las siguientes fracciones y redondea, después, la cifra de las milésimas.

a) 3/7 = $\mathbf{0'\overline{428571}}$ ⇒ **redondeo 0'426**

b) 4/3 = $\mathbf{1'\overline{3} = 1'3333…}$ ⇒ **redondeo 1'333**

c) 17/3 = $\mathbf{5'\overline{6} = 5'6666…}$ ⇒ **redondeo 5'667**

d) 2/7 = $\mathbf{0'\overline{285714}}$ ⇒ **redondeo 0'286**

27. Un segmento mide 3’4 metros con un error menor que una décima. ¿Qué significa?
Que el verdadero valor del segmento oscila entre 3’3 y 3’5 metros.

28. Redondea los siguientes números.
a) 45’00768 hasta las centésimas. **45’01**
b) 0’987125 hasta las milésimas. **0’987**
c) 5’6 hasta las unidades. **6**

29. Da algunas aproximaciones por exceso y por defecto de la longitud de una circunferencia de radio 2 cm.
L = 2 x p x **r = 2** x **3’1416** x **2 = 12’5664 cm.**

	Unidades	Décimas	Centésimas	Milésimas
Aproximaciones por defecto	**12**	**12’5**	**12’56**	**12’566**
Aproximaciones por exceso	**13**	**12’6**	**12’57**	**12’567**