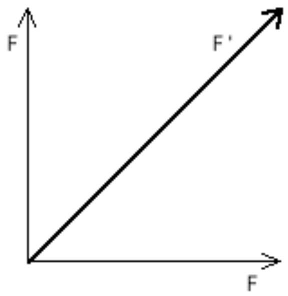
Examen Dinámica 1º Bach
Nombre y Apellidos: ____

1. Sobre una masa m actúa una fuerza F produciéndole una aceleración a. Dos fuerzas F, formando un ángulo de 90º, actúan sobre la misma masa y le producen una aceleración a'. ¿En qué relación están los módulos de a y a'?

El módulo de la aceleración en el primer caso es $|\vec{a}| = \dfrac{F}{m}$

Cuando sobre la partícula actúan dos fuerzas perpendiculares, el módulo de la fuerza resultante es



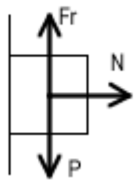
$$F'^2 = F^2 + F^2 = 2F^2 \Rightarrow F' = \sqrt{2F^2} = \sqrt{2}\,F$$

Por tanto, la aceleración que experimentará la masa ahora será

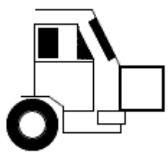
$$|\vec{a}\,'| = \frac{F'}{m} = \frac{\sqrt{2}F}{m}$$

Y la relación entre ambas aceleraciones será $\dfrac{|\vec{a}|}{|\vec{a}\,'|} = \dfrac{\frac{F}{m}}{\frac{\sqrt{2}F}{m}} \Rightarrow \dfrac{|\vec{a}|}{|\vec{a}\,'|} = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$

2. Calcular el valor mínimo de la aceleración con la que debe arrancar un vehículo para que un objeto colocado en su frontal, perpendicular al suelo, no resbale y caiga al suelo. Suponer que el coeficiente de rozamiento entre el vehículo y el objeto es μ



Si la dirección del movimiento es hacia la derecha, aplicando la 2ª ley de Newton en dicha dirección, la única fuerza es la reacción del frontal del vehículo sobre el objeto, N, siendo a la aceleración con que debe arrancar el vehículo



$$N = m \cdot a$$

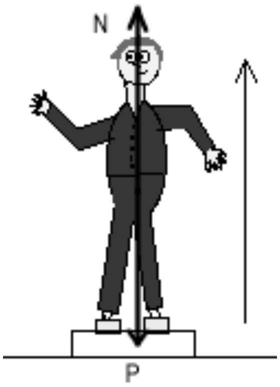
Si aplicamos la 2ª ley de Newton en la dirección perpendicular al movimiento, como el cuerpo no debe moverse

$$F_r - P = 0$$

Como sabemos que $Fr = \mu \cdot N$ *y que* $P = m \cdot g$, *de la expresión anterior,* $\mu \cdot N - m \cdot g = 0 \Rightarrow N = \dfrac{m \cdot g}{\mu}$

De la primera expresión obtenida, $a = \dfrac{N}{m}$ *y sustituyendo la expresión de la normal, N,* $a = \dfrac{\frac{m \cdot g}{\mu}}{m} \Rightarrow a = \dfrac{g}{\mu}$

3. Una persona de 85 kg se encuentra sobre una balanza en el interior de un ascensor. Calcular los valores indicados en ella en las siguientes situaciones e interpreta los resultados
   a. sube con una aceleración inicial de 2 m/s^2



Cuando el ascensor asciende, la fuerza que aparece en la dirección del movimiento es la reacción de la balanza sobre la persona, N, que coincidirá con la indicación de la balanza (3ª ley de Newton). Por tanto, aplicando la 2ª ley de Newton

$$N - P = m \cdot a$$

siendo a la aceleración con que sube el ascensor. Por tanto, $N = P + m \cdot a = m \cdot g + m \cdot a$

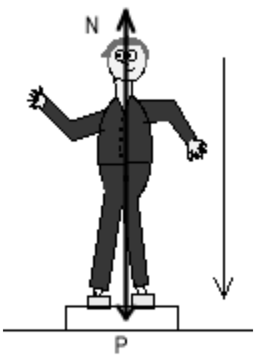
Así, $N = m\,(g + a) = 85\ \text{kg}\,(9{,}8\ \text{m/s}^2 + 2\ \text{m/s}^2) = 85 \times 11{,}8\ \text{N} = 1003\ \text{N}$

Si dividimos esa fuerza por la gravedad, obtenemos una masa equivalente de

$$N = mg \Rightarrow m = \frac{N}{g} = \frac{1003\,N}{9{,}8\ m/s^2} \cong 102\ kg$$

Esto se puede interpretar como que al comenzar a ascender el ascensor, la sensación de la persona es como si "pesara" más (equivalente a una persona de 102 kg aproximadamente). La indicación de la balanza será superior al peso de la persona

b. baja con una aceleración inicial de 2 m/s^2



Cuando el ascensor desciende, la fuerza que aparece ahora en la dirección del movimiento es el peso, mientras que la reacción de la balanza sobre el cuerpo, es decir, su indicación, será opuesta a la dirección del movimiento

$$P - N = m \cdot a$$

siendo a la aceleración con que baja el ascensor. Por tanto, $N = P - m \cdot a = m \cdot g - m \cdot a$

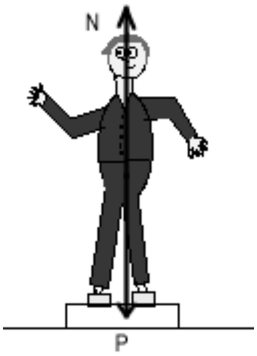
Así, $N = m\,(g - a) = 85\ kg\ (9{,}8\ m/s^2 - 2\ m/s^2) = 85 \times 7{,}8\ N = 663\ N$

Si dividimos esa fuerza por la gravedad, obtenemos una masa equivalente de

$$N = mg \Rightarrow m = \frac{N}{g} = \frac{663\,N}{9{,}8\ m/s^2} \cong 68\ kg$$

Esto se puede interpretar como que al comenzar a descender el ascensor, la sensación de la persona es como si "pesara" menos (equivalente a una persona de 68 kg aproximadamente). La indicación de la balanza será inferior al peso de la persona

c. Se rompe el cable que sujeta el ascensor y desciende en caída libre

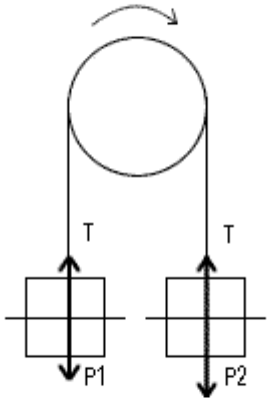


Ahora, la aceleración con la que desciende el ascensor será la de la gravedad, g

$$P - N = m \cdot g \Rightarrow N = P - m \cdot g = m \cdot g - m \cdot g = 0$$

Esto quiere decir que al caer libremente, la indicación de la balanza será 0

4. Dos masas de 10 y 20 kg penden de los extremos de una cuerda que pasa por una polea de masa despreciable y que no ofrece rozamiento. Calcula
   a. la tensión de la cuerda



Suponiendo que $m_2 > m_1$*, el giro de la polea coincidirá con el movimiento de las agujas de un reloj. Aplicando la 2ª ley de Newton a cada una de las masas*

$$P_2 - T = m_2 \cdot a \quad \Rightarrow \quad m_2 \cdot g - T = m_2 \cdot a$$
$$T - P_1 = m_1 \cdot a \quad \Rightarrow \quad T - m_1 \cdot g = m_1 \cdot a$$

siendo a la aceleración con que desciende la masa m_2 *(la misma con la que asciende* m_1*). Si despejamos a de ambas ecuaciones e igualamos*

$$a = \frac{m_2 g - T}{m_2} \quad ; a = \frac{T - m_1 g}{m_1}$$

$$\frac{m_2 g - T}{m_2} = \frac{T - m_1 g}{m_1} \Rightarrow m_1 (m_2 g - T) = m_2 (T - m_1 g)$$

$$m_1 m_2 g - T m_1 = m_2 T - m_1 m_2 g \Rightarrow 2 m_1 m_2 g = T m_1 + T m_2 = T (m_1 + m_2)$$

$$T = 2\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} g = 2 \cdot \frac{10kg \cdot 20kg}{10kg + 20kg} \cdot 9,8 m/s^2 = 130,67\ N$$

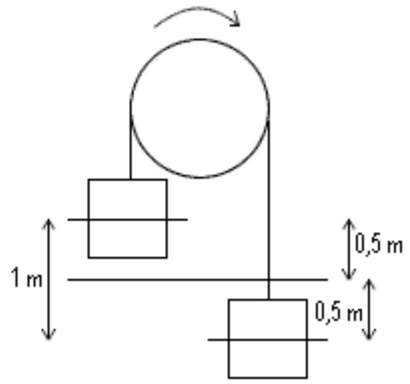
b. la aceleración del conjunto

Sabemos que $m_2 \cdot g - T = m_2 \cdot a$
$T - m_1 \cdot g = m_1 \cdot a$

Si sumamos miembro a miembro ambas ecuaciones, las T se cancelan

$$m_2 g - m_1 g = m_2 a + m_1 a \Rightarrow (m_2 - m_1)\, g = (m_1 + m_2)\, a \Rightarrow a = \frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1} g = \frac{20kg - 10kg}{20kg + 10kg} \cdot 9,8 m/s^2 = 3,27 m/s^2$$

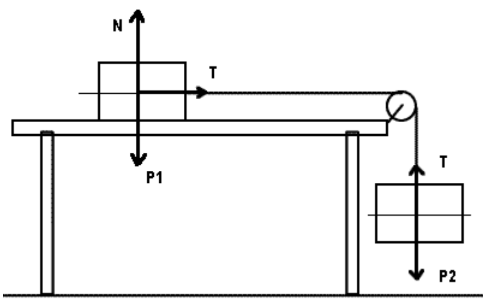
c. el tiempo que transcurrirá para que ambas masas se encuentren separadas 1 m de distancia si inicialmente se encuentran equilibradas



Habrá que calcular el tiempo que tardará cualquiera de las masas en recorrer 0,5 m, ya que para que estén separadas 1 m es necesario que una ascienda 0,5 m y la otra descienda la misma distancia. Sabemos que la relación que existe entre el tiempo y la distancia en un movimiento uniformemente acelerado es

$$s = \frac{at^2}{2} \Rightarrow t^2 = \frac{2s}{a} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2s}{a}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,5m}{3,27 m/s^2}} = 0,55s$$

5. Sobre una mesa hay un bloque de masa 4 kg del que tira otro de 1 kg de masa unido al anterior mediante una polea sin rozamiento. Calcula
   a. la aceleración y la tensión de la cuerda si el bloque desliza sin rozamiento



Como no hay rozamiento, los bloques se moverán hacia la derecha, ya que no hay ninguna fuerza que se oponga al deslizamiento. Aplicando la 2ª ley de Newton a ambos bloques

Bloque 1 $T = m_1 a$

$N - P_1 = 0$

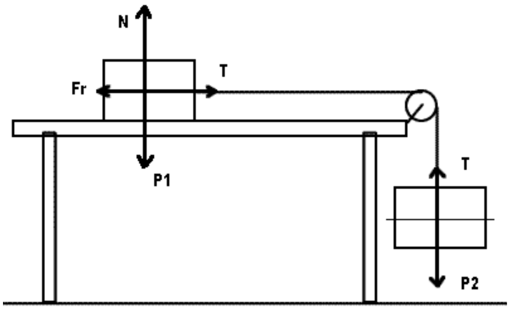
Bloque 2 $P_2 - T = m_2 a \Rightarrow m_2 g - T = m_2 a$

Sustituyendo la 1ª ecuación en la 3ª tenemos que

$$m_2 g - m_1 a = m_2 a \Rightarrow m_2 g = (m_1 + m_2)\, a \Rightarrow a = \frac{m_2}{m_1 + m_2} g = \frac{1kg}{4kg + 1kg} \cdot 9,8 m/s^2 = 1,96 m/s^2$$

Para calcular la tensión, basta con sustituir los datos en la 1ª ecuación $T = m_1 a = 4\ kg \cdot 1,96\ m/s^2 = 7,84\ N$

b. la aceleración y la tensión de la cuerda si el coeficiente de rozamiento es μ = 0,2



Lo único que cambia con respecto al apartado anterior es que ahora aparece la fuerza de rozamiento, que se opone al deslizamiento del bloque 1

Bloque 1 $\quad T - F_r = m_1a \Rightarrow T - \mu N = m_1a$

$N - P_1 = 0 \Rightarrow N = P_1 = m_1g$

Sustituyendo esta expresión en la anterior tenemos que

$$T - \mu N = m_1a \Rightarrow T - \mu m_1g = m_1a \Rightarrow T = \mu m_1g + m_1a$$

Bloque 2 $\quad P_2 - T = m_2a \Rightarrow m_2g - T = m_2a \Rightarrow T = m_2g - m_2a$

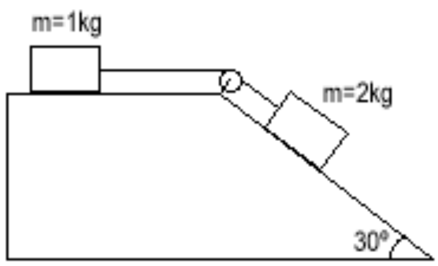
Igualando ambas expresiones $\quad \mu m_1g + m_1a = m_2g - m_2a \Rightarrow m_1a + m_2a = m_2g - \mu m_1g$

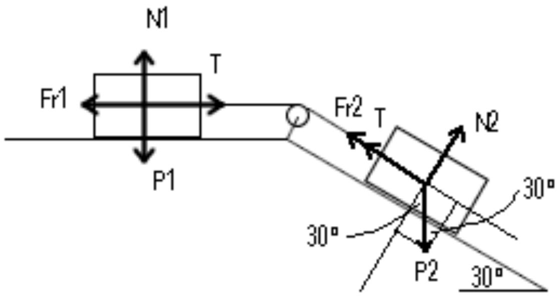
$$a(m_1 + m_2) = (m_2 - \mu m_1)g \Rightarrow a = \frac{(m_2 - \mu m_1)}{m_1 + m_2}g = \frac{1kg - 0,2 \cdot 4kg}{4kg + 1kg} \cdot 9,8m/s^2 = 0,39m/s^2$$

Usando ahora la expresión de la tensión

$$T = \mu m_1g + m_1a = m_1(\mu g + a) = 4\ kg\ (0,2 \cdot 9,8\ m/s^2 + 0,39\ m/s^2) = 9,4\ N$$

6. Calcula la aceleración con que deslizan los bloques y la tensión de la cuerda suponiendo que el coeficiente de rozamiento es μ = 0,15





Aplicando la 2ª ley de Newton a ambos bloques

Bloque 1 $\quad T - Fr_1 = m_1a \Rightarrow T - \mu N_1 = m_1a$

$N_1 - P_1 = 0 \Rightarrow N_1 = m_1g$

Sustituyendo esta última ecuación en la primera $\quad T - \mu m_1g = m_1a$

Bloque 2 $\quad P_2 sen\varphi - T - Fr_2 = m_2a \Rightarrow m_2 g\ sen\varphi - T - \mu N_2 = m_2a$

$N_2 - P_2 cos\varphi = 0 \Rightarrow N_2 = m_2 g cos\varphi$

Sustituyendo esta última ecuación en la primera $\quad m_2 g\ sen\varphi - T - \mu m_2 g cos\varphi = m_2a$

Sumando miembro a miembro con la ecuación $\quad T - \mu m_1g = m_1a$

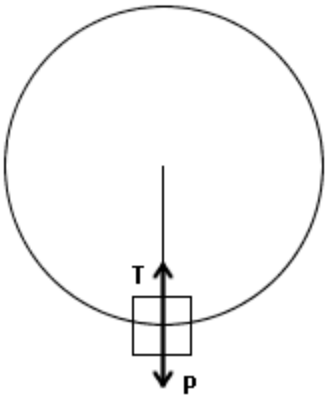
$m_2 g\ sen\varphi - \mu\, m_2 g cos\varphi - \mu\, m_1 g = m_2 a + m_1 a = (m_1 + m_2)\, a \Rightarrow (m_2 sen\varphi - \mu\, m_2 cos\varphi - \mu\, m_1) g = (m_1 + m_2)\, a$

$[m_2\, sen\varphi - \mu\, (m_2 cos\varphi + m_1)]\, g = (m_1 + m_2)\, a \Rightarrow a = \dfrac{m_2 sen\varphi - \mu(m_2 \cos\varphi + m_1)}{m_1 + m_2} g$

$$a = \frac{m_2 sen\varphi - \mu(m_2 \cos\varphi + m_1)}{m_1 + m_2} g = \frac{2kg \cdot sen30^o - 0{,}15 \cdot (2kg \cdot \cos 30^o + 1kg)}{1kg + 2kg} \cdot 9{,}8m/s^2 = 1{,}93m/s^2$$

Como $T - \mu\, m_1 g = m_1 a \Rightarrow T = \mu\, m_1 g + m_1 a = m_1 (\mu g + a) = 1\ kg\ (0{,}15 \cdot 9{,}8\ m/s^2 + 1{,}93\ m/s^2) = 3{,}4\ N$

7. Una cuerda de 80 cm se rompe cuando un objeto de 10 kg sujeto a ella gira a 100 rpm al pasar por el punto más bajo de su trayectoria circular. Calcula la tensión máxima que soporta la cuerda



Teniendo en cuenta que en el movimiento circular uniforme la resultante de las fuerzas que actúan sobre el cuerpo es la fuerza centrípet, que apunta hacia el centro de la trayectoria, si aplicamos la 2ª ley de Newton en el punto más bajo de la trayectoria, que es cuando se rompe la cuerda

$$T - P = F_c \Rightarrow T - mg = \frac{mv^2}{R} = m\omega^2 R$$

Si despejamos la tensión $\Rightarrow T = mg + m\omega^2 R = m\,(g + \omega^2 R)$

Hay que tener en cuenta que la cuerda mide 80 cm, que será el radio de la trayectoria, y que hay que poner la velocidad angular en rad / s, que está expresada en rpm

$$\omega = 100rpm = 100\frac{vueltas}{min} \cdot \frac{2\pi rad}{1vuelta} \cdot \frac{1\,min}{60s} = \frac{10\pi}{3}\frac{rad}{s}$$

Sustituyendo en la expresión de la tensión

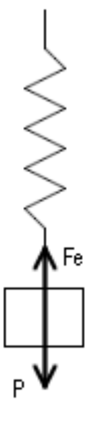
$$T = m(g + \omega^2 R) = 10kg \cdot (9{,}8m/s^2 + (\frac{10\pi}{3}\frac{rad}{s})^2 \cdot 0{,}8m) = 975{,}3N$$

8. Calcula la aceleración de la gravedad en la superficie de un planeta de masa 10^{25} kg y de diámetro 5000 km

En la superficie de un planeta de masa M y radio R, la fuerza gravitatoria que experimenta un objeto de masa m coincidirá con el peso del cuerpo, es decir

$$\frac{GMm}{R^2} = mg \Rightarrow g = \frac{GM}{R^2} = \frac{6{,}67 \times 10^{-11}\,\frac{Nm^2}{kg^2} \cdot 10^{25}\,kg}{(2{,}5 \times 10^6\,m)^2} = 106{,}72m/s^2$$

9. Calcula la elongación de un resorte de k = 1000 N / m del que cuelga una masa de 20 kg



Cuando el resorte está en equilibrio, el peso del objeto está compensado por la fuerza elástica del resorte

$$F_e = P \Rightarrow kx = mg \Rightarrow x = \frac{mg}{k} = \frac{20kg \cdot 9{,}8m/s^2}{1000N/m} = 0{,}196m = 19{,}6cm$$