

Ejercicios resueltos de radicales

1) *Calcula por descomposición factorial, las siguientes raíces:*

- a) $\sqrt{62500}$
- b) $\sqrt{360000}$
- c) $\sqrt{2025}$
- d) $\sqrt{4000000}$

2) Realiza las siguientes operaciones:

- a) $\sqrt{125} : 5$
- b) $3 \cdot \sqrt{30} \cdot 3 \cdot \sqrt{36} \cdot 3 \cdot \sqrt{25}$
- c) $\sqrt{3} \cdot a^2 \cdot \sqrt{3}$
- d) $3 \cdot \sqrt{625} \cdot 3 \cdot \sqrt{5}$

3) Introduce en el radical los factores que aparecen fuera de él:

- a) $2 \cdot \sqrt{5}$
- b) $5 \cdot \sqrt{3}$
- c) $2 \cdot \sqrt[3]{3}$
- d) $4 \cdot \sqrt[3]{2}$

4) Simplifica las expresiones:

- a) $3 \cdot 3 \cdot \sqrt{2} + 4 \cdot 3 \cdot \sqrt{2} - 2 \cdot 3 \cdot \sqrt{2}$
- b) $\sqrt{50} - \sqrt{72} - \sqrt{2}$
- c) $\sqrt{8} - 3 \cdot \sqrt{2} + 4 \cdot \sqrt{18} + \sqrt{50}$
- d) $\sqrt{45} - \sqrt{20} + \sqrt{80} - \sqrt{5}$

5) Simplifica.

- a) $(\sqrt{3} - 4 \cdot \sqrt{48})$
- b) $\sqrt[3]{\sqrt{\sqrt{900}}}$
- c) $\sqrt{\sqrt{16}}$
- d) $\sqrt{2 \cdot \sqrt[3]{512}}$

Soluciones

1) *Calcula por descomposición factorial, las siguientes raíces:*

Primero descomponemos el número dentro de la raíz en sus factores primos. Para sacar cada término de la raíz, dividimos su exponente entre 2 (porque es una raíz cuadrada; si fuese cúbica, por ejemplo, habría que dividir entre 3).

- a) $\sqrt{62500} = \sqrt{2^2 \cdot 5^6} = 2 \cdot 5^3$
- b) $\sqrt{360000} = \sqrt{2^6 \cdot 5^4 \cdot 3^2} = 2^3 \cdot 5^2 \cdot 3$
- c) $\sqrt{2025} = \sqrt{5^2 \cdot 3^4} = 5 \cdot 3^2$
- d) $\sqrt{4000000} = \sqrt{2^8 \cdot 5^6} = 2^4 \cdot 5^3$

2) *Realiza las siguientes operaciones:*

Resolvemos las raíces como en el ejercicio anterior y luego operamos todo lo que esté fuera de la raíz. Fíjate en el apartado a) cómo hacemos si lo que hay dentro de la raíz tiene un exponente impar. Recuerda también que un producto de raíces puede juntarse en una sola raíz de un producto, como se ve en el apartado c).

- a) $\sqrt{125} : 5 = \sqrt{5^3 \cdot 5} = \sqrt{5^2 \cdot 5 \cdot 5} = \sqrt{5} \cdot 5 \cdot 5 = 25 \cdot \sqrt{5}$
- b) $3 \cdot \sqrt{30} \cdot 3 \cdot \sqrt{36} \cdot 3 \cdot \sqrt{25} = 27 \cdot \sqrt{30} \cdot \sqrt{36} \cdot \sqrt{25} = 27 \cdot \sqrt{5 \cdot 3 \cdot 2} \cdot 6 \cdot 5 = 810 \cdot \sqrt{30}$
- c) $\sqrt{3} \cdot a^2 \cdot \sqrt{3} = \sqrt{3 \cdot 3} \cdot a^2 = 3 \cdot a^2$
- d) $3 \cdot \sqrt{625} \cdot 3 \cdot \sqrt{5} = 9 \cdot \sqrt{5^4} \cdot \sqrt{5} = 9 \cdot 5^2 \cdot \sqrt{5} = 225 \cdot \sqrt{5}$

3) *Introduce en el radical los factores que aparecen fuera de él:*

Para meter dentro de la raíz los términos que estén fuera, elevamos al cuadrado (si es una raíz cuadrada; si es cúbica, elevamos al cubo) el término que está fuera, y luego operamos para dejar la expresión más ordenada.

- a) $2 \cdot \sqrt{5} = \sqrt{5 \cdot 2^2} = \sqrt{20}$
- b) $5 \cdot \sqrt{3} = \sqrt{3 \cdot 5^2} = \sqrt{75}$
- c) $2 \cdot \sqrt[3]{3} = \sqrt[3]{3 \cdot 2^3} = \sqrt[3]{24}$
- d) $4 \cdot \sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{2 \cdot 4^3} = \sqrt[3]{128}$

4) *Simplifica las expresiones:*

Hay que conseguir que todos los términos estén multiplicando a la misma raíz. Una vez que tengamos esto, basta con sacar factor común como se ve en el apartado a).

En algunos casos (como en los apartados restantes), la raíz no parece ser la misma. Tendremos primero que extraer todos los factores posibles con el mismo método que en el ejercicio 1.

$$a) 3 \cdot 3 \cdot \sqrt{2} + 4 \cdot 3 \cdot \sqrt{2} - 2 \cdot 3 \cdot \sqrt{2} = 9 \cdot \sqrt{2} + 12 \cdot \sqrt{2} - 6 \cdot \sqrt{2} = \sqrt{2} \cdot (9 + 12 - 6) = 15 \cdot \sqrt{2}$$

$$b) \sqrt{50} - \sqrt{72} - \sqrt{2} = \sqrt{5^2 \cdot 2} - \sqrt{3^2 \cdot 2^3} - \sqrt{2} = 5 \cdot \sqrt{2} - 3 \cdot 2 \cdot \sqrt{2} - \sqrt{2} = \sqrt{2} \cdot (5 - 6 - 1) = -2 \cdot \sqrt{2}$$

$$c) \sqrt{8} - 3 \cdot \sqrt{2} + 4 \cdot \sqrt{18} + \sqrt{50} = \sqrt{2^3} - 3 \cdot \sqrt{2} + 4 \cdot \sqrt{2 \cdot 3^2} + \sqrt{5^2 \cdot 2} = \\ = 2 \cdot \sqrt{2} - 3 \cdot \sqrt{2} + 4 \cdot 3 \cdot \sqrt{2} + 5 \cdot \sqrt{2} = \sqrt{2} \cdot (2 - 3 + 12 + 5) = 16 \cdot \sqrt{2}$$

$$d) \sqrt{45} - \sqrt{20} + \sqrt{80} - \sqrt{5} = \sqrt{5 \cdot 3^2} - \sqrt{5 \cdot 2^2} + \sqrt{5 \cdot 2^4} - \sqrt{5} = 3 \cdot \sqrt{5} - 2 \cdot \sqrt{5} + 4 \cdot \sqrt{5} - \sqrt{5} = \\ = \sqrt{5} \cdot (3 - 2 + 4 - 1) = 4 \cdot \sqrt{5}$$

5) Simplifica.

En este ejercicio hay un poco de todos los anteriores: sacar factores para luego tener factor común (como en el ejercicio anterior), descomponer en factores primos para resolver mejor la raíz o, algo que no aparece en los otros ejercicios, simplificar una raíz dentro de una raíz. Esto último se hace reuniendo todo en una única raíz cuyo índice es el producto de todas las que había antes (y recuerda que si no pone nada, el índice es un 2).

$$a) (\sqrt{3} - 4 \cdot \sqrt{48}) = (\sqrt{3} - 4 \cdot \sqrt{2^4 \cdot 3}) = (\sqrt{3} - 4 \cdot 4 \cdot \sqrt{3}) = (\sqrt{3} - 16 \cdot \sqrt{3}) = -15 \cdot \sqrt{3}$$

$$b) \sqrt[3]{\sqrt{\sqrt{900}}} = \sqrt[12]{900} \quad (\text{no se puede simplificar más})$$

$$c) \sqrt{\sqrt{16}} = \sqrt{\sqrt{2^4}} = \sqrt[4]{2^4} = 2$$

$$d) \sqrt{2 \cdot \sqrt[3]{512}} = \sqrt{2 \cdot \sqrt[3]{2^9}} = \sqrt{2 \cdot 2^3} = \sqrt{2^4} = 2^2 = 4$$

Fíjate que en este último no se pueden juntar las raíces. Eso solo es válido cuando *todo* lo que hay dentro de una raíz es a su vez una raíz, y aquí teníamos un 2 que no estaba dentro de la raíz cúbica. Claro que también podíamos haberlo metido dentro de la raíz cúbica elevándolo al cubo. Entonces nos habría quedado:

$$\sqrt{2 \cdot \sqrt[3]{512}} = \sqrt{\sqrt[3]{2^3 \cdot 2^9}} = \sqrt[6]{2^{12}} = 2^2 = 4$$

Como ves, lleva al mismo resultado, así que quédate con el camino que más te guste.