ECUACIONES VECTORIALES DEL MOVIMIENTO.

LANZAMIENTOS.

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2 = x\vec{i} + y\vec{j}$$

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t = v_x\vec{i} + v_y\vec{j}$$

- Conviene tomar como origen del sistema de referencia el suelo, y sentido positivo hacia arriba y derecha o izquierda, según sea la dirección del movimiento, para que las posiciones sea siempre positivas.

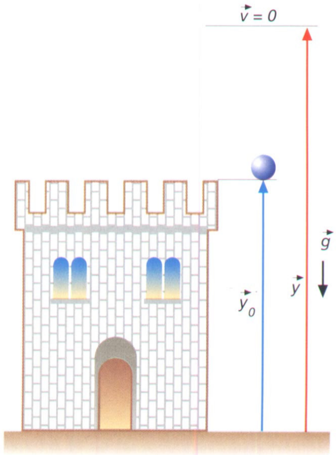
- Si el movimiento es en una dirección (caída libre o lanzamiento vertical), solamente hay componentes de los vectores de posición, velocidad y aceleración en el eje y, mientras que si el movimiento es bidimensional habrá componentes en ambos ejes, x e y.

- En el eje y el movimiento es uniformemente acelerado, con aceleración g hacia el suelo, mientras que si hay movimiento en el eje x, es uniforme, por lo que

$$\vec{a} = -g\vec{j} = -10\vec{j}$$

- En cada caso se trata de determinar las condiciones del movimiento (posiciones iniciales en ambos ejes, componentes del vector velocidad, etc) y adaptar las ecuaciones generales a la situación concreta que se estudia.

CAÍDA LIBRE Y LANZAMIENTO VERTICAL



Caída libre desde la cima de la torre.

Condiciones: velocidad inicial=0; altura inicial: y_0.

$$\vec{r} = y\vec{j} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2 = y_0\vec{j} - 5t^2\vec{j} \qquad y = y_0 - 5t^2$$

$$\vec{v} = v_y\vec{j} = \vec{v}_0 + \vec{a}t = -10t\vec{j} \qquad v_y = -10t$$

Lanzamiento vertical desde la cima de la torre.

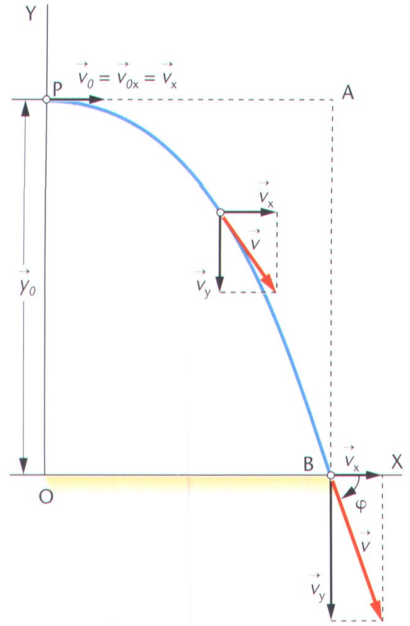
Condiciones: velocidad inicial=v_{oy}; altura inicial: y_0.
(si el lanzamiento se hubiera hecho desde el suelo, y_0=0)

$$\vec{r} = y\vec{j} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2 = y_0\vec{j} + v_{0y}t\vec{j} - 5t^2\vec{j}$$

$$y = y_0 + v_{0y}t - 5t^2$$

$$\vec{v} = v_y\vec{j} = \vec{v}_0 + \vec{a}t = v_{0y}\vec{j} - 10t\vec{j} \qquad v_y = v_{0y} - 10t$$

LANZAMIENTO HORIZONTAL



En este caso, el movimiento se realiza en dos dimensiones: en el eje x, la velocidad es constante e igual a la de lanzamiento v_{0x}, mientras que en el eje y el movimiento es uniformemente acelerado y el móvil cae cada vez más deprisa.

Condiciones: velocidad inicial=v_{ox} (v_{oy}=0); altura inicial: y_0; x_0=0

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2 = y_0\vec{j} + v_{0x}t\vec{i} - 5t^2\vec{j}$$

$$x = v_{0x}t \qquad\qquad y = y_0 - 5t^2$$

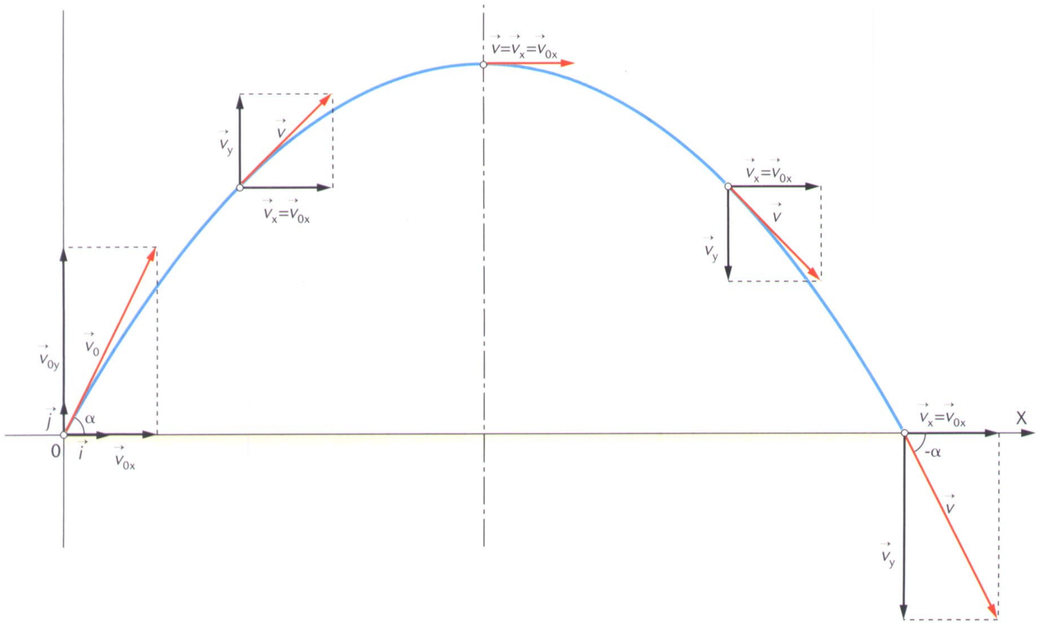
$$\vec{v} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j} = \vec{v}_0 + \vec{a}t = v_{0x}\vec{i} - 10t\vec{j}$$

$$v_x = v_{0x} = cte \qquad\qquad v_y = -10t$$

Ecuación de la trayectoria (parábolica) $$y = y_0 - \frac{5x^2}{v_{ox}^2}$$

Ejercicio: Determinar el ángulo de incidencia con el suelo.

LANZAMIENTO OBLICUO



En este caso, el lanzamiento se realiza de manera que la velocidad inicial forma un ángulo α con la horizontal, y se lanza desde el suelo o desde una determinada altura. El movimiento se realiza en dos dimensiones: en el eje x, la velocidad es constante e igual a la de lanzamiento v_{0x}, mientras que en el eje y el movimiento es uniformemente acelerado, y el móvil primero sube cada vez más despacio y después cae cada vez más deprisa (si α=0°, el lanzamiento es horizontal, si α=90°, vertical, y si α=-90°, caída libre).

Condiciones: velocidad inicial v_0; altura inicial: y_0; $x_0=0$

$v_{0x} = v_0 \cdot \cos\alpha$ $\qquad$ $v_{0y} = v_0 \cdot sen\alpha$

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2 = y_0\vec{j} + v_{0x}t\vec{i} + v_{0y}t\vec{j} - 5t^2\vec{j}$$

$$x = v_{0x}t \qquad\qquad y = y_0 + v_{0y}t - 5t^2$$

$$\vec{v} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j} = \vec{v}_0 + \vec{a}t = v_{0x}\vec{i} + v_{0y}\vec{j} - 10t\vec{j}$$

$$v_x = v_{0x} = cte \qquad\qquad v_y = v_{0y} - 10t$$

Ejercicios: Calcular la altura máxima alcanzada; el alcance; el ángulo de incidencia con el suelo; el ángulo de máximo alcance y la ecuación de la trayectoria.