Dpto. Física y Química	**DINÁMICA**	**IES Juan A. Suanzes** **Avilés. Asturias**

La Dinámica es una parte de la Física que estudia las acciones que se ejercen sobre los cuerpos y la manera en que estas acciones influyen sobre el movimiento de los mismos.

¿Por qué un cuerpo modifica su velocidad?

Un cuerpo modifica su velocidad si sobre él se ejerce una acción externa.

Las acciones externas se representan por fuerzas.

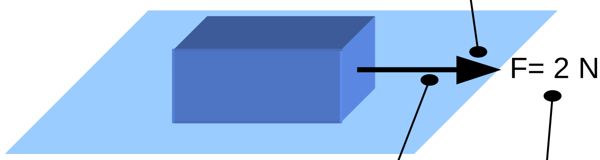
La variación de la velocidad viene medida por la aceleración.

Luego si sobre un cuerpo se ejerce una fuerza, éste modifica su velocidad. Las fuerzas producen variaciones en la velocidad de los cuerpos. Las fuerzas son las responsables de las aceleraciones.

La unidad de fuerza usada en el S.I. es el Newton (N)

Las acciones que se ejercen sobre un cuerpo, además de ser más o menos intensas (valor o **módulo** de la fuerza) son ejercidas según una **dirección**: paralelamente al plano, perpendicularmente a éste, formando un ángulo de 30^0… y en determinado **sentido**: hacia la derecha, hacia la izquierda, hacia arriba, hacia abajo… Por estas razones las fuerzas para estar correctamente definidas tienen que darnos información sobre su valor (módulo), dirección y sentido. Por eso se representan por flechas (**vectores**)

La punta de la flecha define el sentido.



La dirección viene dada por la recta de acción.

El valor o módulo se representa por la longitud del vector. Cuanto más largo sea, mayor es la fuerza.

¿Cómo se pueden determinar las fuerzas que actúan sobre un cuerpo?

La respuesta es muy sencilla:

Se determinan las acciones externas sobre el cuerpo. Cada acción se representa por una fuerza.

Hay que tener claro que sobre un cuerpo se actúa mediante contacto físico con él (empujándolo, tirando con una cuerda…) y una vez que deja de existir el contacto, cesa la acción y, por tanto, la fuerza deja de actuar.

De esta regla tenemos que hacer (en este curso) una excepción: la gravedad. Como consecuencia de que vivimos en el planeta Tierra, éste ejerce una atracción sobre los cuerpos. La fuerza de gravedad actúa siempre.

Algunas fuerzas reciben nombres especiales:

La fuerza ejercida por cuerdas: **tensión(T)**
La fuerza ejercidas por el plano en que se apoya el cuerpo**: normal (N)**. Reciben este nombre porque se ejercen siempre **perpendicularmente al plano**.

Esquema para determinar las fuerzas actuantes sobre un cuerpo

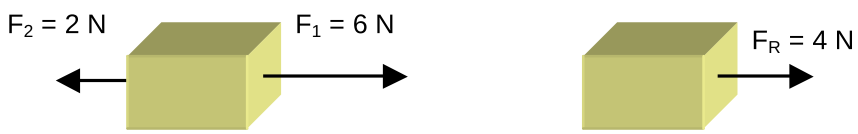
- ¿Quién o qué está actuando sobre el cuerpo?
  - La Tierra
    - Fuerza de gravedad (P)
  - ¿Quién o qué está en contacto con el cuerpo?
    - Cuerdas
      - Tensiones (T)
    - Planos
      - Normal (N)
      - Rozamiento (f_R)
    - Otros
      - Fuerzas (F)

¿Qué ocurre si sobre un cuerpo actúa más de una fuerza?

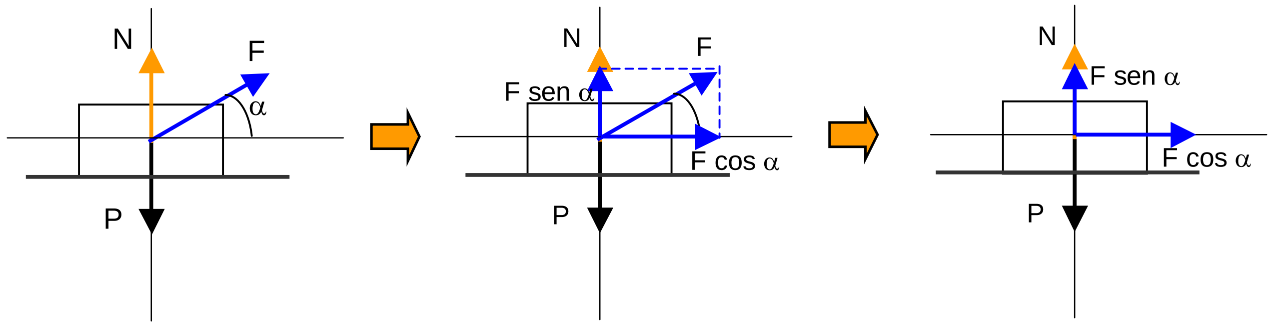
Podemos obtener sólo una que produzca el mismo efecto que todas actuando a la vez. Esto se consigue sumando las fuerzas actuantes. ¿Cómo?

- **Fuerzas con la misma dirección y sentido**: se suman los módulos. La fuerza resultante tiene la misma dirección y sentido y su módulo es la suma de las actuantes.

- **Fuerzas de la misma dirección y sentido contrario**: se restan los módulos. La fuerza resultante tiene la misma dirección y su sentido viene dado por el signo resultante: si es positivo apunta en el sentido que se ha considerado como tal y si es negativo en sentido contrario.



Si sobre el cuerpo que consideramos actúan fuerzas que forman cierto ángulo con la dirección del desplazamiento, lo mejor es recurrir a la descomposición del vector para obtener dos fuerzas perpendiculares equivalentes a la fuerza aplicada:



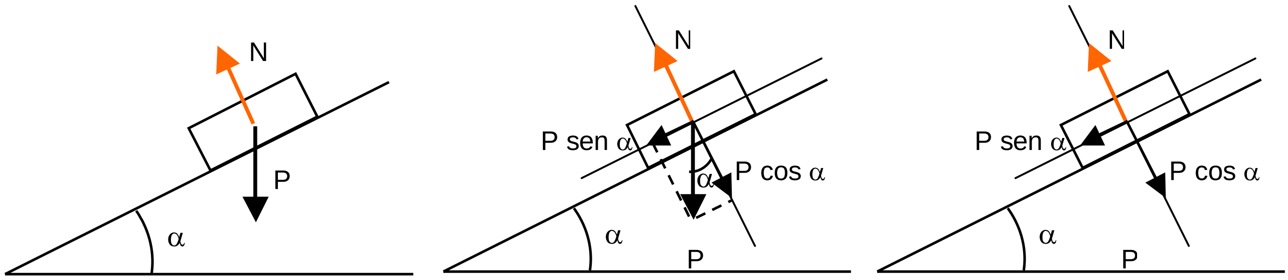
De esta manera el problema se reduce a considerar fuerzas que actúan en la misma dirección.

Los ejes sobre los cuales se realiza la descomposición de la fuerza deben elegirse siguiendo las siguientes recomendaciones:

- Uno de los ejes (llamémosle eje "horizontal" o eje X) deberá tener la dirección de la velocidad del objeto.
- El otro eje (eje Y) debe ser perpendicular al primero.

Ejemplo 1

Cuerpo que baja deslizando por un plano inclinado (rozamiento nulo)



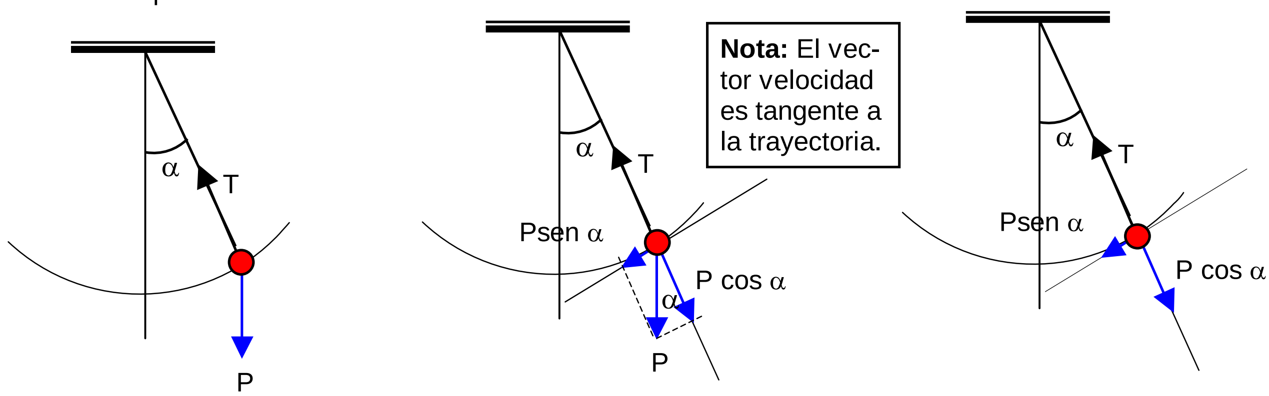
1 Determinar las fuerzas actuantes.

2 Dibujar los ejes y descomponer las fuerzas que no coincidan con ellos.

3 Considerar las fuerzas actuantes según los ejes X e Y.

Ejemplo 2

Péndulo simple

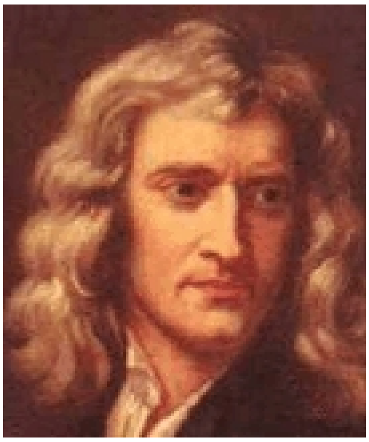


Nota: El vector velocidad es tangente a la trayectoria.

1 **2** **3**

Leyes de Newton

Isaac Newton (1642 – 1727), publicó en 1687 en un libro fundamental titulado **“Principios matemáticos de la Filosofía Natural”** las conocidas como Leyes de la Dinámica o Leyes de Newton.



Isaac Newton (1642-1727)

Primera Ley de Newton o Principio de Inercia

Si sobre un cuerpo no actúa ninguna fuerza, o todas las que actúan se anulan dando una resultante nula, **el cuerpo no variará su velocidad.** Esto es: si está en reposo, seguirá en reposo; si se mueve, se seguirá moviendo con movimiento rectilíneo y uniforme (v =cte)

Reposo y movimiento rectilíneo y uniforme son estados de equilibrio del cuerpo y son físicamente equivalentes.

2ª Ley de Newton o Principio Fundamental de la Dinámica

Si sobre un cuerpo actúa una fuerza resultante, dicho cuerpo modificará su velocidad (tendrá aceleración). Fuerza aplicada y aceleración producida son proporcionales y están relacionadas de acuerdo con la siguiente ecuación:

$$\boxed{\vec{F} = m\,\vec{a}} \qquad \textbf{(1)}$$

Por tanto fuerza resultante y aceleración producida tiene la misma dirección y sentido.

La masa es considerada como una propiedad de los cuerpos que mide su **inercia** o la resistencia que éstos oponen a variar su velocidad.

Partiendo del principio Fundamental de la Dinámica podemos deducir la 1ª Ley.

Si la fuerza resultante que actúa es nula: F = 0, sustituyendo en la ecuación tenemos:

$$0 = m \cdot a$$

Como la masa de un cuerpo material no puede ser nula, deberá cumplirse que a = 0, o lo que es lo mismo, el cuerpo no modificará su velocidad.

A partir de la ecuación (1) podemos definir la unidad de fuerza S.I, el newton, como la fuerza que hay que aplicar a un cuerpo de 1kg para que adquiera una aceleración de 1 m/s^2.

3ª Ley de la Dinámica o Principio de Acción – Reacción

Si un cuerpo ejerce sobre otro una fuerza (que podemos llamar **acción**), el otro ejerce sobre éste una igual y contraria (llamada **reacción**).

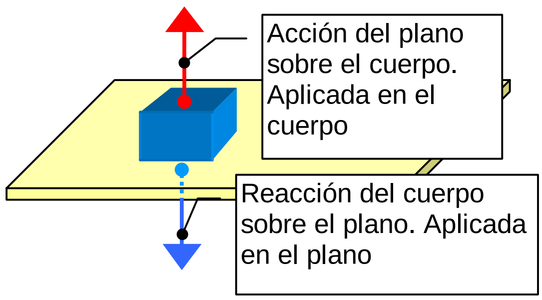
Las fuerzas de acción y reacción son iguales, con la misma dirección y sentidos contrarios, **pero no se anulan nunca al estar aplicadas sobre cuerpos distintos**.

De la 3ª Ley se deduce que más que de acciones (fuerzas) se debería de hablar de **interacciones** o acciones mutuas (el cuerpo A ejerce una acción sobre el B y el B ejerce otra, igual y contraria sobre el A)

Ejemplo.

Un cuerpo apoyado sobre un plano.

El plano ejerce sobre el cuerpo una fuerza (N), el cuerpo ejerce sobre el plano otra igual y contraria (no se ha dibujado la fuerza de gravedad)



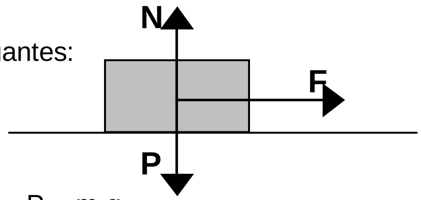
Ejemplo 1

De un cuerpo de 500 g se tira hacia la derecha, paralelamente al plano, con una fuerza de 2 N.

a) Calcular la aceleración con la que se mueve.
b) ¿Cuál será su velocidad al cabo de 2,3 s si parte del reposo?

Solución

a) Diagrama de fuerzas actuantes:



Eje Y : N – P = 0 ; N = P = m g

Eje X: F = m a ; $a = \frac{F}{m} = \frac{2\,N}{0,5\,kg} = \frac{2\,\cancel{kg}\,m/s^2}{0,5\,\cancel{kg}} = 4\,m/s^2$

b) Como resultado de la acción de la fuerza F el cuerpo se mueve con aceleración constante igual a 4 m/s^2. Por tanto estamos ante un movimiento uniformemente acelerado de ecuaciones:

$v = 4\,t$; $s = 2\,t^2$

Luego la velocidad al cabo de 2,3 s valdrá: $v_{(t = 2,3)} = 4 \cdot 2,3 = 9,2$ m/s

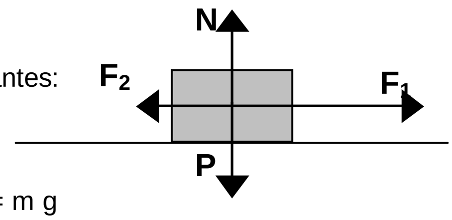
Ejemplo 2

Sobre cuerpo de m = 250 g actúan dos fuerzas. Una de 3 N hacia la derecha y otra de 1 N hacia la izquierda. Calcular

a) La aceleración con que se mueve.
b) ¿Qué valor deberá tener la fuerza que apunta hacia la derecha si se quiere que deslice con velocidad constante de 1 m/s

Solución:

a) Diagrama de fuerzas actuantes:



Eje Y : N – P = 0 ; N = P = m g

b) **Eje X :** $F_1 – F_2$ = m a ; $a = \frac{F_1 - F_2}{m} = \frac{(3-1)\,N}{0,250\,kg} = 8\,m/s^2$

c) Según la primera ley de Newton para que un cuerpo se mueva con velocidad constante la resultante de todas las fuerzas que actúan sobre él debe de ser nula:

La resultante de las que actúan según el eje Y es nula ya que : **:** N – P = 0

Para que sea nula la de las que actúan según el eje X habrá de cumplirse: $F_1 – F_2 = 0$. Por tanto: $F_1 = F_2 = 1$ N.

¿Cómo se conseguir que el cuerpo se mueva con velocidad constante de 1 m/s^2?
Si suponemos que el cuerpo parte del reposo aplicaríamos una fuerza F_1 superior a F_2 con lo cual el cuerpo aceleraría. Cuando su velocidad fuera de 1 m/s^2 disminuiríamos el valor de F_1 hasta 1N y a partir de ahí la velocidad se mantendría invariable.

Ejemplo 3

Un cuerpo baja deslizando por un plano inclinado 30^0. Describir el movimiento de descenso.

Solución:

Determinamos las fuerzas actuantes sobre el cuerpo (peso y normal) y descomponemos el peso según los ejes X (en la dirección del movimiento, paralelo al plano) e Y (perpendicular al X). Por tanto obtendremos el diagrama de fuerzas de fuerzas de la Fig 1.

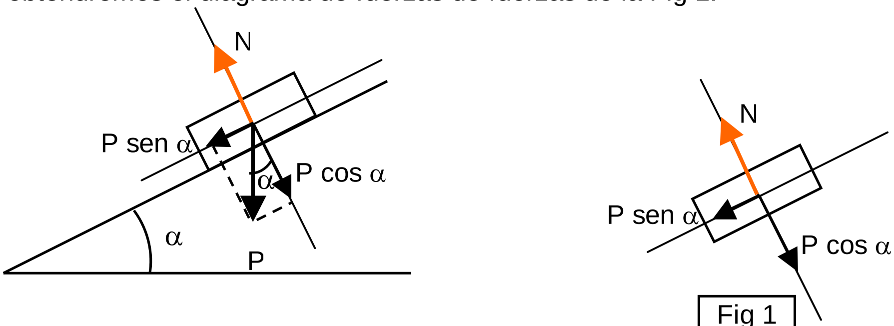


Fig 1

Aplicamos la 2ª Ley de Newton a cada uno de los ejes:

Eje Y : **N – P cos α = 0.**

De la ecuación planteada en el eje Y se deduce que N = m g cos α. Observar que la reacción del plano sobre el cuerpo no es igual al peso.

Eje X : **P sen α = m a.**

De la ecuación planteada en el eje X se deduce que el cuerpo descenderá con una aceleración dada por:

$$a = \frac{\cancel{m}\ g\ \text{sen}\,\alpha}{\cancel{m}} = g\ \text{sen}\,\alpha$$

Como se observa la aceleración es constante y sólo depende del ángulo de inclinación del plano (es independiente de la masa del cuerpo). Para el caso planteado :

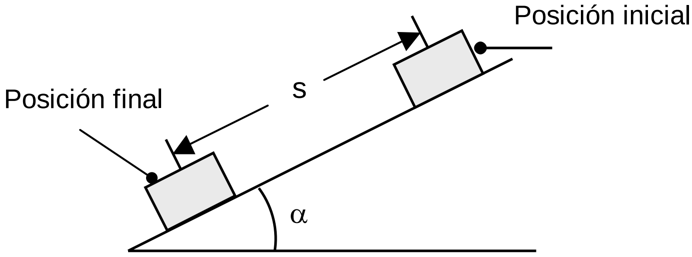
$$a = g\ \text{sen}\,\alpha = 10\ \frac{m}{s^2}\ \text{sen}\ 30^0 = 5\ \frac{m}{s^2}$$

Por tanto el cuerpo desciende con movimiento uniformemente acelerado (a = 5 m/s^2)

Ecuaciones del movimiento:

$v = 5\ t$; $s = 2{,}5\ t^2$

Se supone que el cuerpo parte del reposo ($v_0 = 0$) y la distancia "s" está medida sobre el plano tomando como origen el punto de partida.

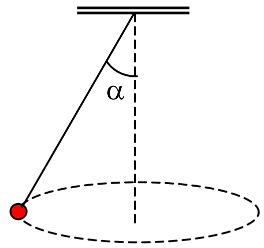


Podría calcularse, por ejemplo, la velocidad que llevará cuando llegue al final del plano, suponiendo que éste tenga una longitud de 60 cm.

Cuando llegue al final s = 0,60 m. Por tanto: $0{,}60 = 2{,}5\ t^2$; t = 0,50 s (tiempo que tarda en llegar al final del plano).

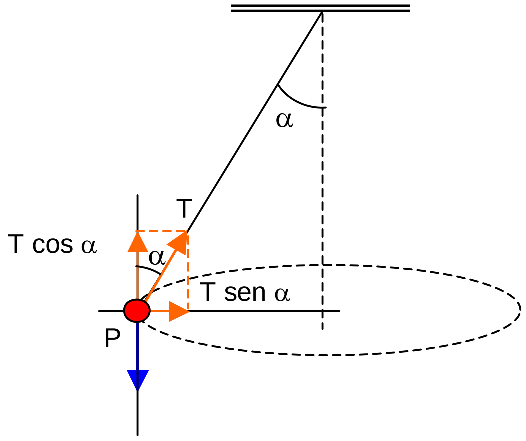
La velocidad al final del plano será: $v_{(t = 0{,}50)} = 5 \cdot 0{,}50 = 2{,}5$ m/s

Ejemplo 4



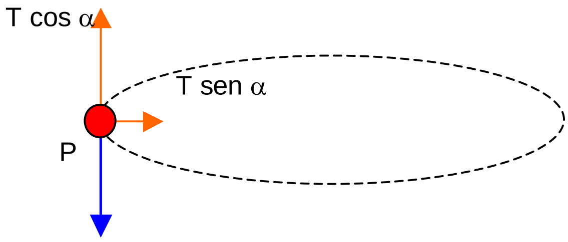
La figura muestra un montaje conocido con el nombre de "péndulo cónico". Una pequeña esfera colgada de un hilo describe una circunferencia horizontal. Analizar las fuerzas actuantes y describir el movimiento de la esfera.

Solución:



Sobre la esfera sólo actúan dos fuerzas, el peso (P) y la tensión (T) de la cuerda (si se considera nulo el rozamiento con el aire).

A la hora de considerar los ejes según los cuales se van a descomponer las fuerzas hay que tener en cuenta que **cuando la trayectoria seguida por el cuerpo es una curva, conviene tomar uno de los ejes en la dirección del centro de la trayectoria**. El otro será perpendicular a éste.



El diagrama de fuerzas se reduce al mostrado a la derecha. **La componente de la tensión que apunta hacia el centro es la fuerza centrípeta**, responsable de la variación de la dirección del vector velocidad (aceleración centrípeta). Por tanto podremos escribir:

Eje X: $T \text{ sen } \alpha = m\, a_N = (m\, v^2)/R$

Eje Y : $T \cos \alpha - P = 0$; $T \cos \alpha - m\, g = 0$

Como se puede observar no existe ninguna fuerza que actúe en la dirección de la velocidad (tangente a la trayectoria). Así que ésta no modificará su módulo. En consecuencia la esfera describirá una trayectoria circular con velocidad constante.

Podemos determinar de forma bastante sencilla la tensión de la cuerda y la velocidad de la esfera midiendo únicamente el ángulo del péndulo. Efectivamente, de la ecuación planteada en el eje Y obtenemos

$$T = \frac{m\,g}{\cos\alpha}$$

Combinando el resultado anterior con la ecuación planteada en el eje X, tenemos:

$$\frac{m\,g}{\cos\alpha}\,\text{sen}\,\alpha = \frac{m\,v^2}{R}$$

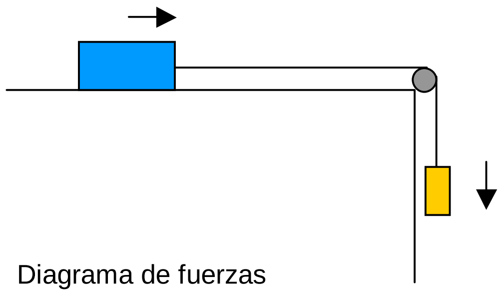
$$m\,g\,\frac{\text{sen}\,\alpha}{\cos\alpha} = \frac{m\,v^2}{R}$$

$$\cancel{m}\,g\,\text{tg}\,\alpha = \frac{\cancel{m}\,v^2}{R}$$

$$v = \sqrt{R\,g\,\text{tg}\,\alpha}$$

Ejemplo 5

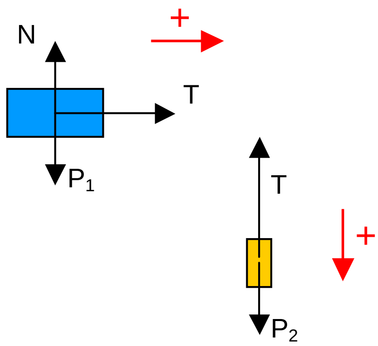
El esquema muestra un montaje de laboratorio que consiste en dos cuerpos unidos por una cuerda (cuya masa, como la de la polea, se supone despreciable). Si se suponen rozamientos nulos y el cuerpo que desliza sobre la mesa tiene una masa de 100 g y el que pende de la cuerda 200 g. Estudiar el movimiento del sistema.



Solución:

La situación planteada es un ejemplo típico de problemas con masas enlazadas. Para resolver este tipo de problemas hay que obtener el diagrama de fuerzas de cada uno de los cuerpos implicados, y considerar como positivo uno de los posibles sentidos en los que puede moverse el sistema .

Diagrama de fuerzas



Serán positivas las fuerzas que apuntan en el sentido considerado como positivo y negativas las que lo hacen en sentido contrario.

en el esquema de la derecha se ha considerado positivo (flecha roja) que el cuerpo que desliza lo haga hacia la derecha y el que cuelga de la cuerda se mueva hacia abajo.

Según este convenio podríamos escribir:

Cuerpo que desliza sobre la mesa:

Eje X : $T = m_1 \; a$ (1)

Eje Y : $N - P_1 = 0$ (2)

Cuerpo que cuelga:

$P_2 - T = m_2 \, a$ (3)

Combinando la ecuación (1) y la (3):

$$m_2\, g - m_1\, a = m_2 a\,; \quad a = \frac{m_2\, g}{m_1 + m_2} = \frac{0{,}200\, \cancel{kg}\; 10\, \frac{m}{s^2}}{0{,}300\, \cancel{kg}} = 6{,}67\, \frac{m}{s^2}$$

Ambos cuerpos se mueven con un movimiento uniformemente acelerado ($a = 6{,}67\ m/s^2$)

Si queremos calcular la tensión que soporta la cuerda, a partir de (1) se tiene:

$T = 0{,}100\ kg\ \ 6{,}67\ m/s^2 = 0{,}\ 667\ N = 0{,}67\ N$

	FUERZAS DE ROZAMIENTO (deslizamiento)	**IES Juan A. Suanzes. Avilés. Asturias**

Las fuerzas de rozamiento surgen:

- Cuando a un cuerpo en reposo sobre un plano se le aplica una fuerza para intentar ponerlo en movimiento (aunque no llegue a deslizar). **Fuerza de rozamiento estática (F_s)**
- Cuando un cuerpo desliza sobre un plano**. Fuerza de rozamiento cinética (F_k).**

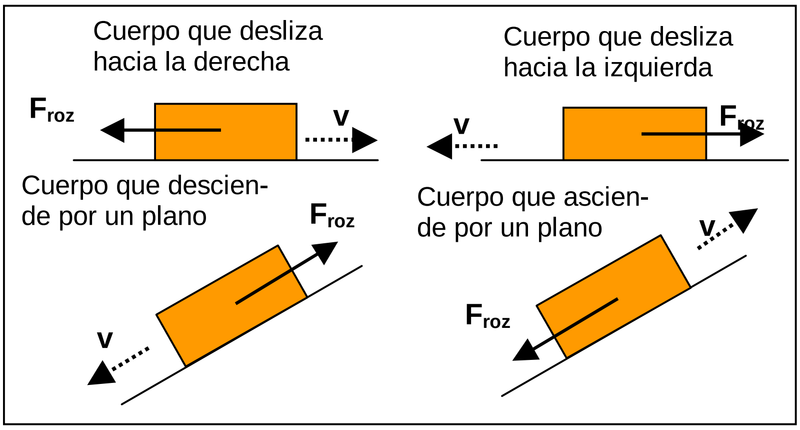
Aunque la naturaleza de la interacción responsable de las fuerzas de rozamiento no es bien conocida, parece que son debidas a interacciones entre las moléculas de ambos cuerpos en los lugares en los que las superficies están en contacto.

FUERZA DE ROZAMIENTO CINËTICA

La fuerza de rozamiento cinética, F_k, aparece cuando un cuerpo desliza, por ejemplo, sobre un plano.

De las mediciones experimentales se deduce que:

- La fuerza de rozamiento siempre se opone al deslizamiento del objeto.
- Es paralela al plano.
- Depende da la naturaleza y estado de las superficies en contacto.
- Es proporcional a la fuerza normal.
- Es independiente de la velocidad del cuerpo, mientras ésta no sea muy elevada.
- Es independiente del área (aparente) de las superficies en contacto.



La fuerza de rozamiento siempre se opone al deslizamiento del cuerpo.

$$F_k = \mu \ N$$

Fuerza normal o acción del plano

Fuerza cinética de rozamiento.

Coeficiente de rozamiento. Número sin unidades. Depende de la naturaleza de las superficies y de su estado.

La fuerza de rozamiento cinética es ejercida por el plano sobre los cuerpos y es la responsable de que éstos disminuyan su velocidad si se dejan deslizar libremente. De aquí (primera ley de Newton) que si queremos que un cuerpo que desliza sobre un plano no disminuya su velocidad, hemos de empujarlo (aplicar una fuerza).

Como se puede observar **tiene un valor constante** y depende del valor de la normal y del coeficiente de rozamiento.

Algunos valores del coeficiente de rozamiento cinético:

Madera-madera: 0,25 – 0,50

Acero – acero : 0,57

Madera encerada – nieve: 0,1

FUERZA DE ROZAMIENTO ESTÁTICA

La fuerza de rozamiento estática aparece cuando aplicamos una fuerza a un cuerpo para intentar que deslice. Si la fuerza aplicada está por debajo de determinado valor no se iniciará el deslizamiento, debido a que la fuerza de rozamiento estática equilibra la fuerza aplicada. Si aumentamos el valor de la fuerza aplicada, aumenta el valor de la fuerza de rozamiento estática y el cuerpo permanece en reposo.

Si seguimos aumentando la fuerza llegará un momento que el cuerpo comienza a deslizar. **La fuerza de rozamiento estática no puede crecer indefinidamente. Puede alcanzar un valor máximo dado por la expresión:**

$$\mathbf{F_S = \mu_S\, N}$$

Donde :

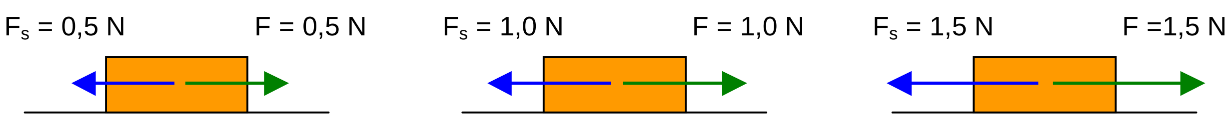
Fs esº la fuerza de rozamiento estática.

μ_S es el coeficiente de rozamiento estático. Depende de la naturaleza de las superficies en contacto y de su estado. **Tiene un valor superior a μ_k.**

N es la normal al plano.

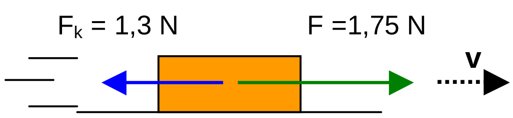
Una vez que la fuerza aplicada es superior al valor máximo que puede alcanzar la fuerza de rozamiento estática, el cuerpo comienza a deslizar y aparece la fuerza de rozamiento cinética.

	μ_s (Estático)	μ_k (Cinético)
Acero - acero	0,74	0,57
Aluminio - acero	0,61	0,47
Cobre - acero	0,53	0,36



Arriba. La fuerza aplicada aumenta y la fuerza de rozamiento estática toma el mismo valor. No hay deslizamiento.

Supongamos que el valor máximo que puede adquirir la fuerza de rozamiento estática sea 1,5 N. Si la fuerza aplicada supera ese valor (figura de la derecha) se inicia el deslizamiento y comienza a actuar la fuerza de rozamiento cinética, más pequeña que el valor máximo de la estática. El cuerpo desliza con aceleración constante.



La fuerza de rozamiento estática no tiene un valor definido. Depende del valor de la fuerza aplicada paralelamente al plano. Para calcularla hay que aplicar las condiciones de equilibrio: $\Sigma F = 0$

Si tiene un valor definido su “cota” máxima: $F_S = \mu_S\, N$ que, como se puede ver, depende tanto del valor de la normal como del coeficiente de rozamiento estático.

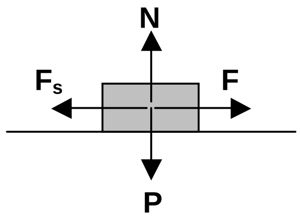
Ejemplo 1

Un bloque de madera de 250 g descansa sobre un plano.

Describir lo que ocurrirá si se comienza a tirar de él con una fuerza creciente y paralela al plano. Se sabe que el coeficiente de rozamiento estático vale 0,50 y el cinético 0,42.

Solución:

a) El diagrama de fuerzas actuantes sería:

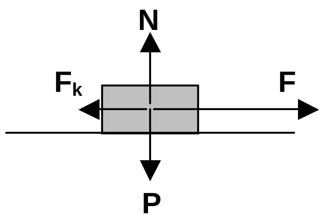


Eje Y : N – P = 0. Luego N = P = m . g = 0,250 kg . 10 m/s^2 = 2, 50 N

La fuerza de rozamiento estática puede tomar **como máximo** el valor: $F_s = \mu_s$ N = 0,50 . 2,50 N = **1,25 N**. Por tanto, si vamos aumentando lentamente el valor de F la fuerza de rozamiento estático irá creciendo correspondientemente, de tal manera que anula la fuerza aplicada. De esta manera el bloque al estar sometido a una fuerza resultante nula permanecerá en reposo.

Esta situación se mantendrá para valores de F comprendidos entre 0,00 y 1,25 N. Una vez alcanzado ese valor, la fuerza de rozamiento estático no puede aumentar más. En consecuencia, si se sigue aumentando F, el bloque comenzará a deslizar y la fuerza de rozamiento estática será reemplazada por la de rozamiento cinético, siempre menor que el valor máximo de aquella.

El bloque comenzará a moverse con movimiento uniformemente acelerado.



Ejemplo.

Consideremos que aumentamos la fuerza aplicada hasta un valor de 2,00 N. El diagrama de fuerzas será ahora el representado a la izquierda y el cuerpo se moverá con una aceleración que se calcula de la siguiente manera:

$$F - F_k = m\,a\ ;\ a = \frac{F - F_k}{m} = \frac{F - \mu_k N}{m} = \frac{F - \mu_k m\,g}{m}$$

$$a = \frac{F - \mu_k m\,g}{m} = \frac{2{,}00\,N - 0{,}42 .\, 0{,}250\,kg\,.\,10\,\frac{m}{s^2}}{0{,}250\,kg} = \frac{(2{,}00 - 0{,}42 .\, 0{,}250\,.\,10)\,\cancel{kg}\,\frac{m}{s^2}}{0{,}250\,\cancel{kg}} = 8\,\frac{m}{s^2}$$

Las ecuaciones que describen el movimiento del cuerpo serán (movimiento rectilíneo y uniformemente acelerado)

v = 8 t
s = 4 t^2

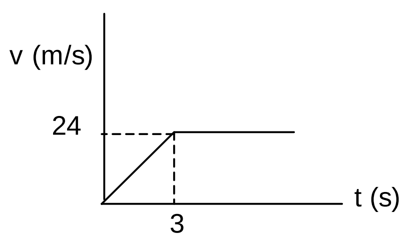
Si en determinado momento (pongamos que a los 3 s de iniciarse el deslizamiento) la fuerza F se ajusta haciéndose igual a la fuerza de rozamiento cinético ¿qué pasará?

A los 3 s de iniciarse el deslizamiento el cuerpo llevará una velocidad de:

$v_{(t=3)}$ = 8. 3 = 24 m/s.

Como a partir de este instante se va a cumplir que F = F_k sucederá que a = 0. Por tanto, el cuerpo continuará moviéndose con movimiento rectilíneo y uniforme. Su velocidad se mantendrá inalterada en el valor de 24 m/s.

La gráfica v/t sería:

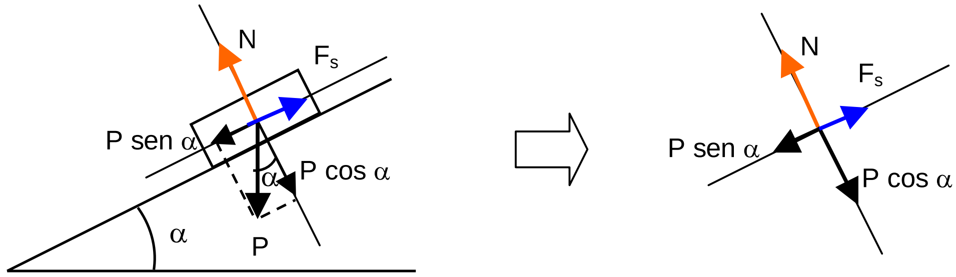


Ejemplo 2

Un cuerpo de masa 300 g se encuentra apoyado en un plano inclinado 15 ^{0}. Si el coeficiente de rozamiento estático vale 0,40 y el cinético 0,30.

a) Comentar si el cuerpo deslizará por el plano o permanecerá quieto.
b) Si no desliza comentar qué se podría hacer para que bajara y calcular entonces la aceleración con la que desciende.

a) El diagrama de fuerzas será:



La fuerza de rozamiento estática puede tomar un valor máximo dado por:

$F_s = \mu_s\, N = \mu_s\, m\, g \cos\alpha = 0{,}40 \,.\, 0{,}300\ kg\ .10\ m/s^2 \cos 15^0 = 1{,}16\ N$

La fuerza que tiende a hacerlo deslizar vale:

$P \operatorname{sen}\alpha = m\, g \operatorname{sen}\alpha = 0{,}300\ kg.\ 10\ m/s^2 \operatorname{sen} 15^0 = 0{,}78\ N$

Por tanto la fuerza de rozamiento estática puede compensar a la componente del peso y el cuerpo no deslizará.

b) Para que el cuerpo descienda la componente del peso deberá ser mayor que el valor máximo de la fuerza de rozamiento estática. Cuando sea igual se cumplirá:

$P \operatorname{sen}\alpha = F_s$

$$\cancel{m}\ \cancel{g} \operatorname{sen}\alpha = \mu_s\ \cancel{m}\ \cancel{g} \cos\alpha$$

$$\mu_s = \frac{\operatorname{sen}\alpha}{\cos\alpha} = \operatorname{tg}\alpha$$

Por tanto cuando $\operatorname{tg}\alpha = 0{,}40$; $\alpha = 21{,}8^0$

Si el plano se inclina hasta este ángulo, el cuerpo (en teoría) no deslizaría, aunque bastaría tocarlo o una pequeña vibración para que se rompiera el equilibrio y comenzara a moverse. Si el ángulo supera este valor la fuerza de rozamiento estática no puede compensar a la componente del peso y el cuerpo comenzaría a deslizar.

Imaginemos que inclinamos el plano hasta 30 ^{0}.

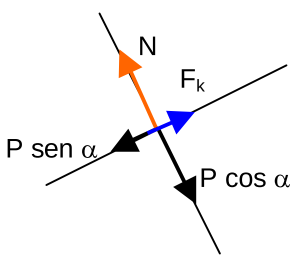
La fuerza de rozamiento estático tendrá ahora un valor máximo dado por:

$F_s = \mu_s\, N = \mu_s\, m\, g \cos\alpha = 0{,}40 \,.\, 0{,}300\ kg\ .10\ m/s^2 \cos 30^0 = 1{,}04\ N$

Y la componente del peso paralela al plano valdrá:

$P \operatorname{sen}\alpha = m\, g \operatorname{sen}\alpha = 0{,}300\ kg.\ 10\ m/s^2 \operatorname{sen} 30^0 = 1{,}50\ N$

Su valor es superior al valor máximo que adquiere la fuerza de rozamiento estático. Por tanto la fuerza de rozamiento estática no puede compensar la componente del peso y comenzará a deslizar.



$$\text{Eje Y: } N - P\cos\alpha = 0;\ N = m\, g \cos\alpha$$

$$\text{Eje X: } P \operatorname{sen}\alpha - F_k = m\, a$$

$$a = \frac{P \operatorname{sen}\alpha - F_k}{m} = \frac{m\, g \operatorname{sen}\alpha - \mu_k\, N}{m} = \frac{\cancel{m}\ g \operatorname{sen}\alpha - \mu_k\ \cancel{m}\ g \cos\alpha}{\cancel{m}}$$

$$a = g\,(\operatorname{sen}\alpha - \mu_k \cos\alpha) = 10\,\frac{m}{s^2}\,(\operatorname{sen}30^0 - 0{,}30\cos 30^0) = 2{,}40\,\frac{m}{s^2}$$

Ejemplo 3

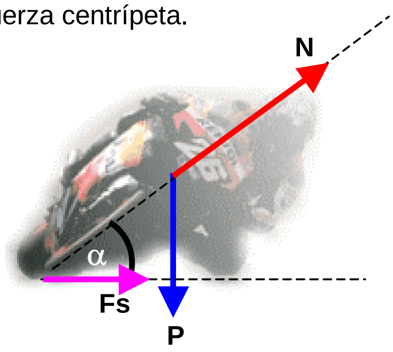
Estudiar las fuerzas actuantes sobre un motorista que toma una curva, los factores que intervienen y cómo influyen en la velocidad máxima a la que se puede tomar la curva.

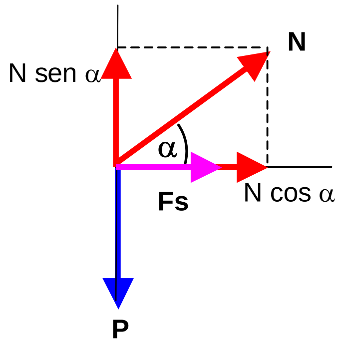
Solución:

Para que un motorista describa una curva debe existir una fuerza dirigida hacia el centro de la misma (fuerza centrípeta) que sea la responsable del cambio en la dirección de la velocidad (aceleración centrípeta). Si dicha fuerza no existe, o es insuficiente, no se podrá curvar la trayectoria y será imposible tomar la curva.

La fuerza centrípeta es suministrada por el rozamiento de los neumáticos contra el suelo (ver figura). La fuerza de rozamiento que se muestra es una fuerza de rozamiento estática, ya que fija instantáneamente el neumático al suelo impidiendo que deslice hacia el exterior de la curva. En consecuencia esta fuerza podrá tomar como máximo el valor: $F_s = \mu_s N$.

Normalmente existe una fuerza adicional que contribuye a la fuerza centrípeta y es la componente de la normal que aparece como consecuencia de la inclinación del motorista (ver diagrama de fuerzas) Con este gesto (inclinarse hacia el interior de la curva) se logra aumentar considerablemente la fuerza centrípeta.





Eje Y:

$$N\,\text{sen}\,\alpha - m\,g = 0\,;\;\; N = \frac{m\,g}{\text{sen}\,\alpha}$$

Eje X : Para describir la curva debe cumplirse $F_N = m \cdot a_N$

$$N\cos\alpha + F_s = m\,a_n\,;\;\; N\cos\alpha + F_s = m\frac{v^2}{R}$$

$$N\cos\alpha + \mu_s N = m\frac{v^2}{R}\,;\;\; N\left(\cos\alpha + \mu_s\right) = m\frac{v^2}{R}$$

Sustituyendo el valor de N llegamos a la siguiente expresión para el cálculo de la velocidad:

$$N\left(\cos\alpha + \mu_s\right) = m\frac{v^2}{R}$$

$$\frac{\cancel{m}\,g}{\text{sen}\alpha}\left(\cos\alpha + \mu_s\right) = \cancel{m}\frac{v^2}{R}$$

$$v = \sqrt{g\,R\left(\frac{\cos\alpha + \mu_s}{\text{sen}\alpha}\right)}$$

Como se puede ver la máxima velocidad depende del radio de la curva, del ángulo de inclinación y del coeficiente de rozamiento estático. Si suponemos una curva cerrada (R = 30 m), que el máximo ángulo de inclinación es de 40 ^{0} y un coeficiente estático de rozamiento de 0,80:

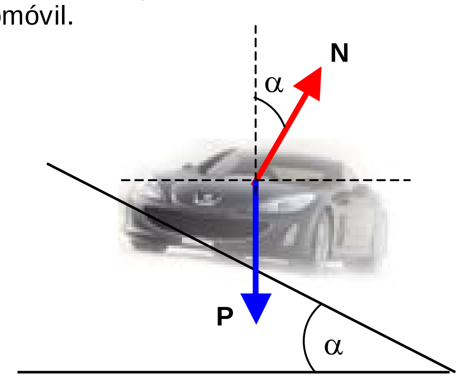
$$v = \sqrt{g\,R\left(\frac{\cos\alpha + \mu_s}{\text{sen}\alpha}\right)} = \sqrt{10\,\frac{m}{s^2}\,30\,m\left(\frac{\cos 40^0 + 0{,}80}{\text{sen}40^0}\right)} = 27{,}0\,\frac{m}{s} = 97{,}3\,\frac{km}{h}$$

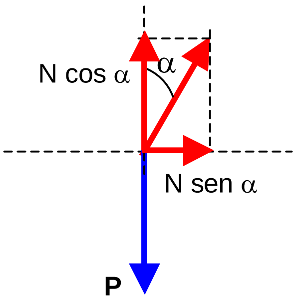
Es conocido que con el paso de la carrera los neumáticos se degradan (desgaste, derrapes, funcionamiento a temperatura inadecuada…) razón por la cual el coeficiente de rozamiento se verá afectado. Para la misma curva si suponemos que el coeficiente de rozamiento disminuye hasta un valor de 0,50 la máxima velocidad con la que hay garantías de poder describir la curva desciende hasta los 24,3 m/s. Esto es 87,5 km/h.

Ejemplo 4.

Peralte de curvas.

Las curvas se peraltan para aumentar la seguridad, de tal manera, que se pueda dar la curva aún en ausencia total de rozamiento (carretera helada). Como se observa en el dibujo al peraltar la curva la reacción del plano N, posee una componente que apunta en la dirección del centro de la trayectoria con lo que se suministra una fuerza centrípeta (N sen α) capaz de curvar la trayectoria del automóvil.





EjeY :

$$N\cos\alpha - m\,g = 0\,;\;\; N = \frac{m\,g}{\cos\alpha}$$

Eje X:

$$N\,\mathrm{sen}\,\alpha = m\,a_N = m\frac{v^2}{R}$$

$$\frac{\cancel{m}\,g}{\cos\alpha}\,\mathrm{sen}\,\alpha = \cancel{m}\,\frac{v^2}{R}$$

$$v = \sqrt{g\,R\,\mathrm{tg}\,\alpha}$$

Como se puede ver la velocidad depende ahora del ángulo de peralte y del radio de la curva. Por ejemplo para una curva de 30 m de radio y un ángulo de peralte de 10^{0} podríamos dar la curva, con una fuerza de rozamiento nula, si vamos a una velocidad máxima de:

$$v = \sqrt{g\,R\,\mathrm{tg}\,\alpha} = \sqrt{10\,\frac{m}{s^2}\,30\,m\,\mathrm{tg}\,10^0} = 7{,}3\,\frac{m}{s} = 26{,}3\,\frac{km}{h}$$

Si existe rozamiento al aumentar la fuerza centrípeta aumentará también la velocidad con la que se puede describir la curva.

Dpto. Física y Química	**MOMENTO LINEAL**	**IES Juan A. Suanzes. Avilés. Asturias**

Fue el propio Newton quien introdujo el concepto de **momento lineal** (aunque él lo llamaba *cantidad de movimiento*) con el fin de disponer de una expresión que combinara las magnitudes características de una partícula material en movimiento: su **masa** (toda partícula material tiene masa) y su **velocidad** (magnitud que caracteriza el movimiento)

Se define el momento lineal, $\vec{p}$ **,** como: $\vec{p} = m\,\vec{v}$

Por tanto el momento lineal, $\vec{p}$, es una **magnitud vectorial**, ya que resulta de multiplicar un escalar (la masa) por un vector (la velocidad). Su dirección y sentido coinciden con los del vector velocidad.

Las dimensiones del momento lineal son:

$$[p] = [M]\left[L\,T^{-1}\right] = \left[M\,L\,T^{-1}\right]$$

Por tanto la unidad S. I será el kg.m.s^{-1}

Si una partícula, cuya masa permanezca inalterada, se mueve con movimiento rectilíneo y uniforme ($\vec{v} = cte$) su momento lineal no variará, pero si esta partícula modifica su velocidad (desde un valor v_1 a otro v_2), el momento lineal sufrirá una variación dada por:

$$\left.\begin{array}{l}\overrightarrow{p_1} = m\,\overrightarrow{v_1}\\ \overrightarrow{p_2} = m\,\overrightarrow{v_2}\end{array}\right\}\ \overrightarrow{p_2} - \overrightarrow{p_1} = m\,\overrightarrow{v_2} - m\,\overrightarrow{v_1}\ ;\ \Delta\,\vec{p} = m\,\Delta\vec{v}$$

Parece natural considerar l**a rapidez con la que puede producirse la variación del momento lineal:**

$$\frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} = m\,\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = m\,\vec{a}$$

Si el segundo miembro de la ecuación obtenida es igual al producto de la masa por la aceleración, y considerando el Principio Fundamental de la Dinámica, **la rapidez con que varía el momento lineal deberá de ser igual a la fuerza resultante aplicada sobre la partícula:**

$$\left.\begin{array}{l}\dfrac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} = m\,\vec{a}\\ \vec{F} = m\,\vec{a}\end{array}\right\}\ \vec{F} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}$$

Por tanto, podemos poner: $\Delta\vec{p} = \vec{F}\,\Delta t$

Expresión que indica que una misma variación del momento lineal (de la velocidad, si suponemos constante la masa) se puede producir, bien aplicando una fuerza grande durante un tiempo corto o bien aplicando una fuerza menor durante un tiempo más largo.

El producto de la fuerza por el intervalo de tiempo que actúa ($\vec{F}\,\Delta t$) recibe el nombre de **impulso mecánico**. La ecuación anterior puede, por tanto, leerse como: **la variación del momento lineal es igual al impulso mecánico.**

El impulso mecánico tiene la misma ecuación dimensional que el momento lineal y en el S.I de unidades se mide en N. s.

Principio de conservación del momento lineal

El momento lineal de un sistema sobre el que no actúa fuerza externa alguna (o varias que se componen para dar una resultante nula), permanece constante.

Si partimos de la expresión $\Delta\vec{p} = \vec{F}\,\Delta t$ y consideramos que la fuerza externa resultante es nula, se tiene:

$$\text{Sí } \vec{F} = 0 \Rightarrow \Delta\vec{p} = 0.\ \text{Esto es}: \vec{p} = \text{cons tan te}$$

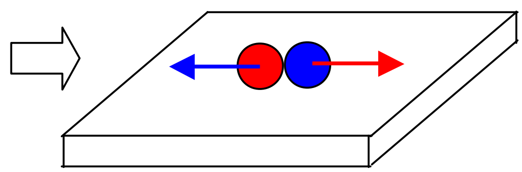
El Principio de conservación del momento lineal tiene múltiples aplicaciones. Una muy característica es su aplicación al estudio de las colisiones entre cuerpos.

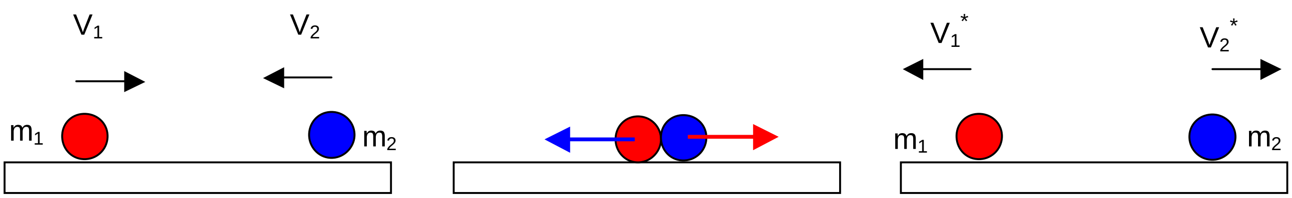
Cuando dos cuerpos chocan, en el momento del choque, aparecen fuerzas entre los objetos que chocan. Si consideramos globalmente el sistema formado por ambos cuerpos estas serán fuerzas internas cumpliéndose, por tanto, la condición de que la fuerza externa actuante es nula

Fuerzas que actúan sobre dos bolas en el momento de la colisión. La bola roja se movía hacia la derecha y la azul hacia la izquierda.

En el momento del choque la bola roja ejerce una fuerza hacia la derecha sobre la azul y la azul una igual y contraria (reacción) sobre la roja).

Si consideramos el sistema formado por ambos objetos estas fuerzas son internas (ejercidas entre elementos del sistema)





Antes del choque | Durante el choque | Después del choque

Las únicas fuerzas externas que actúan se anulan (peso y normal, que no se han pintado) y considerando que las fuerzas actuantes durante el choque son interiores, podemos escribir:

$$\vec{p}_{antes} = \vec{p}_{después}$$

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}_{1^*} + \vec{p}_{2^*}$$

$$m_1\,\vec{v}_1 + m_2\,\vec{v}_2 = m_1\,\vec{v}_1^{\,*} + m_2\,\vec{v}_2^{\,*}$$

Donde las magnitudes con asterisco indican valores después del choque.

Como se puede observar cuando dos objetos chocan y el momento lineal se mantiene constante la pérdida de momento experimentado por uno de ellos ha de ser ganado por el otro. De aquí que se diga que **se produce una transferencia de momento entre los cuerpos.**

Cuando el choque es como el que se muestra en la figura el choque se denomina **frontal** y como el movimiento antes y después tiene lugar según una única dirección, se puede prescindir de la notación vectorial y poner simplemente :

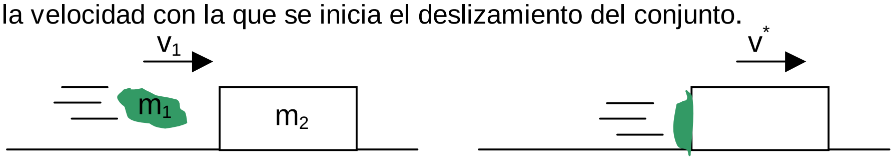
$$\mathbf{m_1\, v_1 + m_2\, v_2 = m_1\, v_1^{\,*} + m_2\, v_2^{\,*}}$$

El sentido de movimiento (hacia la izquierda o hacia la derecha) se indica mediante el signo + ó -

Ya que tenemos una sola ecuación y dos incógnitas (velocidades después del choque) la solución será indeterminada, aunque en algunos casos particulares podremos llegar a una solución considerando únicamente esta ecuación.

Ejemplo 1

Un trozo de plastilina de 250 g es lanzado con una velocidad de 10 m/s contra un bloque de madera de 500 g situado sobre una mesa horizontal. Tras el impacto la plastilina queda adherida al bloque. Calcular la velocidad con la que se inicia el deslizamiento del conjunto.



Solución

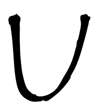
$$p_{antes} = m_1\, v_1 + m_2\, \cancel{v_2} \quad ; \; (v_2 = 0)$$

$$p_{desp} = (m_1 + m_2)\, v^*$$

$$p_{antes} = p_{desp} \; ; m_1\, v_1 = (m_1 + m_2)\, v^*$$

$$v^* = \frac{m_1\, v_1}{(m_1 + m_2)} = \frac{0{,}250\ \cancel{kg}\ 10\,\frac{m}{s}}{(0{,}250 + 0{,}500)\,\cancel{kg}} = 3{,}33\ \frac{m}{s}$$

Ejemplo 2



Un patinador de 60 kg se encuentra situado sobre un monopatín de 3 kg en reposo. En determinado momento el patinador se impulsa hacia la derecha con una velocidad de 1 m/s. ¿Qué ocurrirá con el monopatín?

Solución

$$p_{antes} = 0$$

$$p_{desp} = m_1\, v_1^* + m_2\, v_2^*$$

$$p_{antes} = p_{desp} \; ; 0 = m_1\, v_1^* + m_2\, v_2^*$$

$$v_2^* = -\frac{m_1\, v_1^*}{m_2} = -\frac{60\ \cancel{kg}\ 1\,\frac{m}{s}}{3\,\cancel{kg}} = -20\ \frac{m}{s}$$

Como se puede observar el patín sale hacia la izquierda (en sentido contrario al del patinador) ya que se ha considerado positivo hacia la derecha.

Ejemplo 3

A un cuerpo de 3 kg, inicialmente en reposo, se le aplica una fuerza de 5 N durante 3 s ¿Cuál será su velocidad al cabo de este tiempo?

Solución:

Este ejercicio se puede solucionar aplicando usando la Segunda Ley de la Dinámica para calcular la aceleración y a continuación las ecuaciones cinemáticas del movimiento. Sin embargo, se puede solucionar muy rápidamente haciendo uso de la expresión que relaciona el impulso mecánico con la variación del momento lineal.

$$\Delta p = F\, \Delta t$$

$$\Delta p = p_2 - p_1 = m\, v_2 - 0 = m\, v_2$$

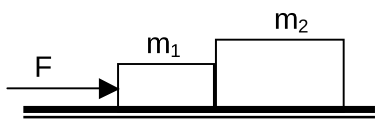
$$m\, v_2 = F\, t$$

$$v_2 = \frac{F\, t}{m} = \frac{5\ \cancel{kg}\ \frac{m}{s^{\cancel{2}}}\ 3\ \cancel{s}}{3\ \cancel{kg}} = 5\ \frac{m}{s}$$

DINÁMICA DEL PUNTO

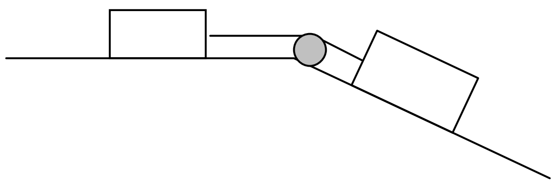
I.E.S Juan A. Suanzes.
Avilés. Asturias

1. Un coche de 2000 kg moviéndose a 80 km/h puede llevarse al reposo en 75 m mediante una fuerza de frenado constante.
   a) ¿Cuánto tardará en detenerse?
   b) ¿Cuál será la fuerza necesaria para detener el coche en esa distancia?
2. Un cuadro que pesa 20 N cuelga de dos cables iguales que forman un ángulo de 30^0 con la horizontal. Si los cables son capaces de soportar una tensión de 15 N cada uno:
   a) ¿Aguantarán el peso del cuadro?
   b) ¿Qué ángulo máximo deberían formar los cables entre sí para poder aguantarlo con seguridad?
3. Para mantener constante la velocidad de un cuerpo de 80 kg sobre una superficie horizontal hay que empujarlo con una fuerza de 320 N.
   a) ¿Cuánto vale la fuerza de rozamiento entre el plano y el cuerpo?
   b) ¿Cuál es el coeficiente de rozamiento cinético?
   c) ¿Con qué fuerza habría que empujarlo para que se mueva con a= 0,2 m /s^2?
4. Dos masas m_1= 2 kg y m_2 = 4 kg descansan sobre una mesa pulida horizontal. Una fuerza de 3 N se aplica a m_1 . Determinar:
   a) La aceleración de las masas.
   b) La magnitud de la fuerza de contacto ejercida por una masa sobre la otra.



5. Se arrastra un cuerpo de 20 kg por una mesa horizontal sin rozamiento tirando de él con una fuerza de 30 N. Hallar con qué aceleración se mueve el cuerpo si:
   a) La cuerda se mantiene horizontal
   b) La cuerda forma un ángulo de 30^0
6. Dos bloques de 8 y 4 kg, respectivamente, están unidos por una cuerda y deslizan hacia abajo por un plano inclinado 30^0 . Los coeficientes de rozamiento entre ambos bloques y el plano son, respectivamente, 0,25 y 0,40. Calcular:
   a) Aceleración de los bloques.
   b) La tensión de la cuerda.
7. Un cuerpo se lanza hacia arriba por un plano inclinado 25 ^{0} iniciando el ascenso con una velocidad de 15 m/s. Si el coeficiente de rozamiento vale 0,4. Determinar:
   a) Movimiento del cuerpo (describir mediante ecuaciones)
   b) Valor del coeficiente de rozamiento estático para que el cuerpo no descienda.
   c) Altura a la que permanecerá parado.
8. Un bloque de 2 kg está situado sobre un plano inclinado 30^0. El coeficiente estático de rozamiento es 0,6.
   a) ¿Qué fuerza paralela al plano hay que aplicar para que el bloque comience a moverse hacia arriba?.
   b) Si el coeficiente de rozamiento dinámico de rozamiento es 0,5 ¿con qué aceleración se moverá el bloque después?
9. Un cuerpo de 4 kg de masa descansa sobre una mesa sin rozamiento. Mediante una cuerda que pasa por la garganta de una polea, se une a otro de 6 kg. que cuelga libremente. ¿Qué fuerza horizontal hay que aplicar al primer cuerpo para que, partiendo del reposo, avance 1 m sobre la mesa en 5 s?. ¿Cuál es la tensión de la cuerda?

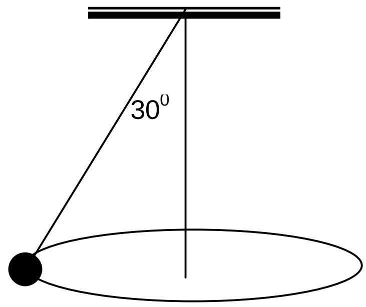
10. Dos cuerpos de 1 kg y 2 kg descansan sobre un plano horizontal y uno inclinado 30°, respectivamente, unidos por una cuerda. Hallar:
    a) La tensión de la cuerda y la aceleración del sistema suponiendo que no hay rozamiento.
    b) Repetir el cálculo suponiendo que el rozamiento entre ambos planos es el mismo y que $\mu = 0,34$.



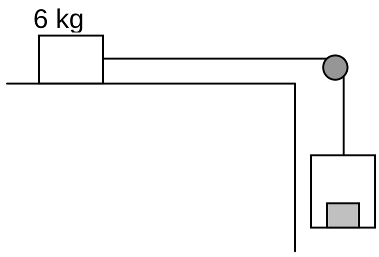
11. Un avión de juguete de masa 500 g vuela en círculos horizontales de 6 m de radio atado a una cuerda. El avión da una vuelta cada 4 s. ¿Cuál es la tensión de la cuerda?

12. Una piedra (m= 250 g) gira, atada a una cuerda, en un círculo horizontal de 2 m de radio según figura. Determinar:

    a) La magnitud y dirección de la fuerza resultante sobre la piedra.
    b) La tensión de la cuerda.
    c) La velocidad de la piedra



13. Un cuerpo de 3,8 kg se encuentra en el interior de una caja de 200 g de masa que pende verticalmente del extremo de una cuerda según se ve en la figura. Si suponemos que el coeficiente de rozamiento entre el cuerpo de 6 kg. y el plano es nulo:
    a) ¿Con qué aceleración desciende la caja?
    b) ¿Cuál es la fuerza de reacción normal que actúa sobre el cuerpo situado dentro de la caja?



14. Una masa de 2 kg descansa sobre una superficie pulida que tiene una inclinación de 60 ° y una aceleración a hacia la derecha, de tal modo que la masa permanece estacionaria en relación al plano. Determinar el valor que ha de tener la aceleración para que esto suceda. ¿Qué ocurriría si el plano adquiriese una aceleración superior?

15. Una vagoneta se mueve a velocidad constante de 25 m/s por una montaña rusa. En el interior de la vagoneta hay una báscula con una caja de 10 kg encima. Averigua la indicación de la báscula cuando la vagoneta pasa por:
    a) El punto más alto de una colina de 50 m de radio.
    b) El más bajo de una hondonada de 80 m de radio.
    c) Por un tramo horizontal.

16. Se quiere sacar agua de un pozo tirando hacia arriba de una cuerda atada a un cubo de masa 800 g y de capacidad 5 litros. La cuerda es capaz de aguantar una tensión máxima de 65 N. Averigua si romperá la cuerda si:
    a) El cubo sube con velocidad constante.
    b) Sube con una aceleración de 2 m/s^2